INSTITUTO TECNOLÓGICO Y DE ESTUDIOS SUPERIORES
DE MONTERREY

UNIVERSIDAD VIRTUAL

El Proceso de Aprendizaje de los Niños con Dificultades en las Matemáticas

TESIS PRESENTADO

COMO REQUISITO PARA OBTENER EL TÍTULO

DE MAESTRA EN EDUCACIÓN

AUTORA: SOFÍA LARIOS CÓRDOVA

ASESORA: ROSALÍA GARZA GUZMÁN

GUADALAJARA, JAL. SEPTIEMBRE 2006

El Proceso de Aprendizaje de los Niños con Dificultades en las Matemáticas

Tesis presentada

por

Sofía Larios Córdova

ante la Universidad Virtual

del Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey

como requisito parcial para optar

por el título de

MAESTRA EN EDUCACIÓN

Dedicatorias y Agradecimientos

Agradezco a Dios la oportunidad de superarme.

Dedico este trabajo a mi familia.

Resumen

Esta investigación pretende detectar qué tipo de problemas tiene los alumnos de quinto de primaria que tienen dificultades de acreditación en la materia de Matemáticas. Esta investigación se llevó a cabo en la escuela Emiliano Zapata, ubicada en Zapopan, Jal. En ella asisten niños de escasos recursos y pertenece al estado.

Se aplicaron los instrumentos a 18 niños que en su momento cursaban quinto de primaria, seleccionando a aquellos que durante el ciclo escolar había presentado las notas más bajas en Matemáticas, pero excluyendo a los que en todas las materias tenían malas notas.

Los instrumentos se trabajaron en sesiones individuales basándose en siete temas básicos para el aprendizaje de las Matemáticas: Conservación de la cantidad, conservación de la sustancia, clasificación, seriación, solución de problemas, inclusión, y algoritmos.

En los resultados obtenidos se encontró que las operaciones de seriación y clasificación son en las que se presentan menores problemas, pero la conservación de cantidad y sustancia e inclusión no la dominan la mayoría de los alumnos. La lectura eficaz y los algoritmos se presenta como una dificultad para la solución de problemas.

Además entre mejor dominio se tenga del período de las operaciones concretas mejores resultados se presentan en la solución de problemas y aprendizaje de las Matemáticas.

Índice de Contenidos

Índice de tablas y Figuras

Introducción

Es común en cualquier escuela escuchar a una gran cantidad de alumnos decir que las matemáticas son difíciles, que no entienden nada o que no les gustan. Un fenómeno que se presenta en niños de nivel básico, adolescentes que se encuentran en el período abstracto y con mayores dificultades y en adultos que nunca pudieron superar el desprecio por una u otra razón a las Matemáticas.

Por esta razón esta investigación detectó algunos de los problemas que presentan los niños de quinto de primaria con dificultades en la acreditación en las Matemáticas. Los objetivos son evaluar si el alumno domina las bases del concepto del número, algunos procesos intelectuales como la inclusión y solución de problemas, los algoritmos y valorar la importancia de la lectura en la interpretación de los problemas matemáticos.

Este trabajo contiene el planteamiento del problema y los objetivos que se plantearon a partir del interés del investigador por mejorar el nivel académico de los alumnos en la materia de Matemáticas. Se fundamentó en varios autores conocedores del tema para seleccionar los conceptos en los que se basó la investigación. Además se describe la metodología con la que se obtuvieron los resultados, el análisis de los mismos y las conclusiones.

Con las dificultades básicas que los alumnos presentan y las conclusiones de este trabajo será posible plantear un programa y plan de regularización para que los alumnos logren éxito en la materia de Matemáticas.

1. Planteamiento del Problema

En la actualidad el aprendizaje de las Matemáticas ha sido un problema que van arrastrando numerosos alumnos desde la primaria hasta la Universidad; esto ha generado apatía a esta ciencia y problemas de acreditación y superación en otros casos.

Las Matemáticas es una ciencia de alto grado de rigor lógico y los razonamientos que desencadena hacen una tarea difícil para todo aquel que la practique. Pero esta Ciencia es vital para la vida misma, a pesar de su abstracción se encuentra presente al mundo real y es aplicable a los aspectos de la vida diaria. Además está relacionada con otras ciencias y con el desarrollo de la Tecnología.

Por esta razón el objetivo de esta investigación fue determinar cómo es el proceso de aprendizaje de los niños que se les dificulta las Matemáticas, esto es encontrar cuáles pre-requisitos y procesos son debilidades de estos alumnos, para hacer un planteamiento de la didáctica necesaria para que estos estudiantes logren dominar las Matemáticas y se regularicen, cambiando su enfoque y resultados para esta ciencia.

A partir de los resultados obtenidos en esta investigación se logró responder a la siguiente pregunta ¿Cuáles son los problemas básicos que presentan los niños con dificultades en matemáticas? resolviendo esta pregunta podrá el maestro implementar prácticas educativas que logren la acreditación y superación de la materia del alumno.

La estructura de la investigación inicia a partir de la definición del problema desprendiéndose de aquí la idea afinada y concreta de la investigación. Los objetivos presentan lo que se quiere lograr planteado a partir de preguntas y formulándose hipótesis que pretende comprobar.

El documento expone la fundamentación que sustenta teóricamente la investigación, obteniéndose de autores expertos en el tema de la investigación, que exponen modelos, teoría e investigaciones que amplían el horizonte del estudio.

La definición del enfoque metodológico, es la manera práctica y concreta de responder a las preguntas de investigación y de esta manera cubrir los objetivos. De aquí se desprende el diseño de los instrumentos para la recolección de datos que se presentan como anexos. Se especifica el universo de la investigación que es el que ubica a los sujetos de estudio.

Por último se presenta el análisis de resultados, conclusiones y recomendaciones que surgen de la reflexión de los datos, teorías de los autores analizados y resultados encontrados a lo largo de la investigación.

1.1 Contexto

Durante la escuela primaria los niños empiezan a arrastrar dificultades en las Matemáticas, para quinto de primaria es fácil identificar aquellos alumnos que presentan una probabilidad alta de sufrir los estragos de esta ciencia, que como hemos dicho se puede presentar como apatía o dificultad para acreditar la materia o cualquiera otra relacionada con los números.

Estos alumnos tienen la posibilidad de encontrarse durante su proceso educativo con un maestro que además de explicar los temas de su curricula, se propone observar y remediar el problema primario de comprensión en cada niño con dificultades de las matemáticas; estos niños lograrán su superación, pero si no es el caso arrastrarán un problema que durante la primaria hubiera sido más sencillo atacar.

Por lo tanto para esta investigación fue importante sumergirse en alumnos de primaria que tienen alta probabilidad de crear un gusto por las matemáticas y lograr un proceso satisfactorio en el aprendizaje de esta materia.

La escuela privada normalmente tiene más recursos que la escuela pública, sobre todo en lo que se refiere a implementación de programas o proyectos enfocados a los alumnos con dificultades en el aprendizaje. Por lo tanto el escenario concreto que siguió la presente investigación se enfoca a niños de escasos recursos que forman parte de una escuela pública urbana.

1.2 Definición del problema

El problema de investigación se definió en esta pregunta ¿cuáles son los problemas básicos que presentan los niños con dificultades en Matemáticas?.

La enseñanza de las Matemáticas es secuencial, si algunos de los conceptos básicos no es entendido y aprendido correctamente, es probable que se generen nuevos problemas en conceptos posteriores. Algunos de estos conceptos básicos no son enseñados durante la escuela, sino son aprendidos en la vida cotidiana, aún que si pueden ser reforzados por los maestros. Por eso es importante detectarlos para que sirvan como base para el diseño de los programas de la etapa inicial o preescolar.

1.3 Hipótesis

1. Los problemas de acreditación en Matemáticas se deben a la falta de dominio de las bases del concepto de número como la clasificación, seriación, conservación de cantidad, correspondencia y la conservación de la sustancia.
2. Si los alumnos cuentan con material concreto para la solución de problemas podrán resolverlos más fácilmente.
3. La inclusión y la solución de problemas son procesos intelectuales que presentan dificultad los alumnos.
4. A mayor dominio de las operaciones concretas mejores resultados en la solución de problemas y aprendizaje de las Matemáticas.
5. A mayor dificultad en la estructura semántica del problema aritmético mayor es la dificultad para interpretar el problema y solucionarlo correctamente.
6. La solución de algoritmos complejos como la división y multiplicación son una dificultad que presentan los alumnos con problemas de acreditación en Matemáticas.

1.4 Objetivos

Objetivo general

Determinar los problemas básicos que presentan los niños con dificultades en las matemáticas.

Objetivos específicos

a. Evaluar si el alumno domina las bases del concepto de número como la clasificación, seriación, conservación de cantidad, correspondencia y la conservación de la sustancia.

b. Evaluar y analizar si el material concreto facilita la solución de problemas..

c. Determinar si el dominio de los procesos intelectuales como la inclusión y la solución de problemas tienen una influencia importante en el proceso de aprendizaje de los niños con problemas de acreditación en Matemáticas.

d. Valorar la importancia del dominio de la comprensión lectora para la correcta interpretación de problemas matemáticos.

e. Evaluar la dificultad del aprendizaje de los algoritmos complejos para verificar si es en este proceso es donde los alumnos presentan las dificultades para resolver los problemas.

1.5 Justificación

Esta investigación sirvió para ahondar más en la problemática que se presenta en la actualidad con las dificultades con las Matemáticas, es posible que investigando más sobre este tema muchos niños logren un desempeño escolar aceptable y sin frustraciones, pero sobre todo logren acceder a la lógica matemática sin obstáculos para estar más preparados a la vida real y práctica.

El fracaso escolar tiene consecuencias sociales y emocionales, pero más aún el fracaso en Matemáticas ya que puede presentar mayor frustración y deserción escolar, es por esto que una investigación que pretenda beneficiar la enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas posee de gran importancia.

1.6 Beneficios esperados

Se espera que esta investigación beneficie a los maestros y alumnos de la escuela en la que se está trabajando y que sea de interés para otros maestros que quieran ayudar a sus alumnos que tienen problemas en Matemáticas.

Los resultados de esta investigación servirán para dar una propuesta de enseñanza y aprendizaje para los maestros y alumnos de cualquier año de primaria.

También se espera que otros investigadores hagan uso de los datos y resultados de esta investigación para continuar trabajando en mejorar el rendimiento de los alumnos en Matemáticas.

1.7 Delimitación y limitaciones de la investigación

Esta investigación se realizó a los estudiantes de quinto de primaria con dificultades en el área de Matemáticas de la escuela primaria Emiliano Zapata, una escuela pública con un nivel socio económico bajo.

Se recolectaron datos de conceptos básicos como la clasificación, seriación, conservación, inclusión y correspondencia, que corresponden a aprendizajes que tuvieron desde el preescolar o primeras etapas de la primaria, esto con el objetivo de verificar que sus problemas actuales no residen en conceptos básicos.

Además se indagó en procesos intelectuales que frecuentemente son un obstáculo para muchos alumnos como la solución de problemas aritméticos, se recolectaron datos desde diferentes perspectivas como valorar la correcta interpretación del problema, la mecanización correcta de los algoritmos y la ayuda de material concreto para la posible solución de los problemas.

Es importante considerar que el investigador definió estas variables o conceptos de estudio considerando que en ellas se encuentre la solución para que estos alumnos logren un mejor desempeño en esta materia.

Los alumnos de quinto de primaria que además de tener bajas calificaciones en Matemáticas, presentan problemas en todas las demás materias no se tomaron en cuenta para esta investigación, ya que se consideró que estos alumnos probablemente tuvieran problemas de aprendizaje o conductuales, y por lo tanto abarcarían otras variables que en este trabajo no se consideraron.

Por lo tanto los resultados de esta investigación están limitados para aquellos alumnos que su mayor problema son las matemáticas.

2. Fundamentación Teórica

El conocimiento y desempeño de las Matemáticas tiene sus raíces en lo aprendido y desarrollado desde la infancia. Se requiere conocer las bases de las Matemáticas.

El aprendizaje de las Matemáticas se inicia desde la infancia, desde bebés los niños van aprendiendo destrezas y conceptos que están ligados con conceptos matemáticos. Cuando la madre inicia la enseñanza de los números indicando la edad del niño, o cuentan las paletas, se está iniciando un proceso que servirá para toda la vida.

Por eso la importancia de basar este trabajo en las teorías que desarrollaron investigadores y matemáticos de hace mucho tiempo. Iniciando la época a partir de las deducciones y teorías de Piaget.

Piaget ha marcado el inicio de una época y a partir de ahí muchos autores han basado sus investigaciones compartiendo sus ideas y profundizado más en ellas y muchos otros han refutado algunas de sus teorías generando nuevas aportaciones.

Para ubicar el problema de investigación se ha tomado las definiciones de las matemáticas tradicionales y las modernas de Kline. Ubicarse en los objetivos de la matemáticas modernas para lograr determinar bajo qué esquema los niños están aprendiendo las matemáticas actuales.

Para cumplir con los objetivos de la investigación fue necesario definir los conceptos más importantes en los que los alumnos iban se evaluarían, y así determinar cuáles de los conocimientos bases de la infancia no eran dominados y cuáles otros conocimientos se requerían analizar.

El tema del fracaso en las Matemáticas ha sido abordado ya por muchos autores de los cuáles se presentan algunas de sus conclusiones, análisis o teorías, ellos son Orton, Baroody, Kamii, Fosnot, Lewis, Goleman, Gómez Chacón, Hidalgo, Maroto, Palacios y Fennema. Los conceptos o teorías que estos autores presentan sirvieron de base para encontrar los problemas básicos del aprendizaje de las Matemáticas.

El análisis del razonamiento de las Matemáticas y buscar autores como Mialaret, Orton, Baroody y Jaulin-Mannoni fueron importantes porque permiten conocer de dónde se desprende el aprendizaje en los niños.

Sin olvidar que la parte fundamental del marco teórico es poder definir con precisión los conocimientos que serán evaluados en los alumnos. Si estos conocimientos no aportan la base del aprendizaje de las Matemáticas, aún cuando se obtengan los datos, estos no servirán para determinar por qué estos alumnos tienen un bajo desempeño en las Matemáticas, qué es lo que lo origina y cómo se puede solucionar.

La evaluación matemática ha sido utilizada para varios fines, conocer lo que autores contemporáneos como Brown, Denton, West, Natriello, Kerckhoff, Newman, Dehaene, Correa y Clements han concluido a partir de la evaluación, aporta a este trabajo fundamentos para realizar los instrumentos de investigación.

Por último se desarrollan algunos conocimientos básicos de las matemáticas con el fin de evaluar y determinar si estos son los adecuados para analizar en este trabajo.

Una de los conceptos básicos en las matemáticas es sin duda el concepto del número, por lo tanto ha sido indispensable para este trabajo analizarlo a través de autores como Piaget, Kamii y Barrody.

2.1 Antecedentes

La autora de esta investigación no ha realizado otros trabajos relacionados a este tema, sin embargo posee experiencia en la enseñanza de las matemáticas a nivel preescolar y primaria.

La inquietud de esta investigación ha surgido a partir de la observación de tantos estudiantes de todos los niveles que sufren con la materia de Matemáticas. Además de leer las estadísticas a nivel nacional que presentan un nivel reprobatorio en esta materia y en comparación con otros países nos encontramos muy abajo.

Ha sido necesario basar esta investigación en investigaciones anteriores como las de López Puig, Lago y Serrano, que tienen en común analizar el fracaso escolar en el aprendizaje de las Matemáticas.

2.2 Marco Teórico

En el marco teórico se presentan los modelos, teorías y conceptos acordes al problema de investigación. Estas teorías de autores reconocidos en el tema serán el fundamento de la interpretación y análisis de resultados.

2.2.1 Las Matemáticas tradicionales y modernas

Las matemáticas ocupan un lugar especial en la escuela, en parte por el tiempo que se dedican y porque esta asignatura ha demostrado ser un obstáculo para muchos estudiantes. Es importante conocer cuáles han sido los cambios más significativos en su currículo.

El currículo de las Matemáticas se ha mantenido con pocos cambios. El más significativo ha sido el cambio de la Matemática tradicionales a la Matemática moderna.

En el plan de estudios del sistema tradicional los seis primeros cursos están dedicados a la aritmética y en los siguientes dos aprenden un poco de álgebra, este proceso se da en la secundaria.

Para cuando los estudiantes llegan al estudio del álgebra, se da un proceso mecánico en donde participa más la memorización que la comprensión. Aún cuando los buenos maestros hacen un esfuerzo para que el alumno comprendan, frecuentemente en el sistema tradicional no se presta mucha atención a la comprensión.

Además en el sistema tradicional se presentan los temas o procedimientos desconectados entre sí, y esta falta de relación hace que las matemáticas se presenten difíciles de comprender.

Otra crítica a este plan tradicional es que es carente de motivación, ya que comúnmente se presenta abstracta y fría. Decirle a los estudiantes que es importante porque la van a necesitar en su fututo, no los motiva, la motivación debe estar ligada a una aplicación del momento del estudiante. Además de que los textos tradicionales carecen de originalidad.

Por todas estas insatisfacciones del plan tradicional y por la aversión de los estudiantes a las matemáticas era importante un cambio en el plan de estudios.

La matemática moderna dice Kline (1976) “debería contribuir a alcanzar los objetivos de la enseñanza primaria y secundaria y ser accesible a los jóvenes. Su enfoque debería hacer el contenido atractivo ayudar en lo posible a su comprensión.” (p.28).

En el plan moderno se pretende enseñar la materia lógicamente, evidenciando el razonamiento en que se apoya cada paso, así los estudiantes no tendrían que memorizar los procedimientos sino que comprenderían las matemáticas.

En la matemática moderna se abordan campos nuevos como la teoría de conjuntos, el álgebra abstracta, la lógica simbólica y el álgebra de Boole, se da apertura a un nuevo contenido además de una nueva interpretación de la matemática tradicional.

El estudio de la teoría de conjuntos es un tema que ha recibido mucha atención, inicia su estudios desde el preescolar, incluyendo la formación de conjuntos, la correspondencia, que será un concepto indispensable para el concepto del número. De esta manera y con el estudio de conjuntos se pretende unificar varias ramas de las matemáticas.

Otro de los estudios nuevos en plan moderno es el tema de los sistemas de numeración en distintas bases, que dicen ayuda a comprender la base diez y las operaciones matemáticas.

La enseñanza de la lógica simbólica, es importante en la matemática moderna, a través de tablas de verdad que se usan para demostrar teoremas de lógica, y de esta manera suponen se aprende a razonar. De este tema se liga el álgebra de Boole a la que también se considera una ayuda para el razonamiento, ya que se pueden expresar los razonamientos ordinarios en forma puramente simbólica. Además en el plan moderno destacan las cuestiones abstractas.

Pero aún con los nuevos temas y supuestos aprendizajes en la matemática moderna no se ha logrado un avance en la motivación, comprensión y asimilación de los alumnos hacia la materia. Comenta Kline (1976) que “el cuadro total que ofrecen los nuevos temas en el plan moderno no es muy grandioso” (p.118) algunos temas han sido traído de niveles superiores a inferiores sin ningún beneficio, otros los considera novedades inútiles, otros temas sugiere que sean reservados para los especialistas y otros como la teoría de conjuntos y el álgebra abstracta han sido escogidos para cumplir con la matemática superior, aún cuando no tengan sentido ni cumplan ninguna función en los alumnos.

2.2.2 El fracaso o el éxito en Matemáticas

El fracaso de las matemáticas se puede relacionar a diferentes factores como lesiones cerebrales, la motivación, las capacidades de cada uno, la actitud y el método de enseñanza.

Los métodos de enseñanza utilizado por los docentes muchas causan en sus alumnos angustias, apatías e inseguridad por las matemáticas, o el simple hecho de que algo se le dificulte al alumno y no sea atendido le creará un sentimiento de ineptitud o sienten que las matemáticas están más allá de sus posibilidades.

Barrody (1988) dice que “la enseñanza que no se adapta al niño puede tener malas consecuencias tanto en el ámbito afectivo como en el intelectual y puede sofocar el interés en las matemáticas” (p.77).

Cuando la instrucción se basa en la memorización de datos y técnicas es muy posible que los alumnos obtengan una equivocada impresión de las matemáticas, interfiriendo en el aprendizaje significativo y la resolución inteligente de problemas. La teoría de la absorción se basa en “aprender y utilizar datos y procedimientos correctos, y hacerlos con rapidez” o le da demasiada importancia a la respuesta correcta, estos mensajes puede fomentar en los alumnos sentimientos de inferioridad cuando no se pueden aprender las cosas, cuando no son rápidos en los cálculos, etc. (Barrody, 1988, p.78).

La enseñanza basada en la teoría de la absorción repelen muchas veces el conocimiento y estrategias informales. Siendo inhibidas éstas el alumno pierde su interés y creatividad. Para lograr que las matemáticas sean interesantes y atractivas es esencial que se fomenten creencias racionales y constructivas acerca de las matemáticas, su aprendizaje y del alumno.

Cuando las matemáticas se presentan con una sola respuesta correcta, el pensamiento se vuelve convergente y se pierden las estrategias del pensamiento divergente es decir se pierden las oportunidades de que surjan muchas variedades de respuestas aceptables, se pierde la creatividad.

Es importante preguntarse que deberían hacer los maestros de matemáticas, para atender tanto al pensamiento convergente como al divergente.

Otro concepto que puede determinar el fracaso o debilidades en la materia es la denominada capacidad o aptitud matemática, ya que es claro que unos la poseen y otros no.

Krutetskii (Citado por Orton, 1990) concibe así los componentes de la capacidad matemática:

1. Capacidad para extraer la estructura formal de un problema
2. Capacidad para generalizar
3. Capacidad para operar símbolos
4. Capacidad espacial

5. Capacidad del razonamiento lógico
6. Capacidad para abreviar el razonamiento lógico
7. Capacidad para ser flexible
8. Capacidad para lograr claridad, simplicidad, economía y racionalidad.
9. Capacidad de memorización.

Además las matemáticas pueden ser atrayentes por la competencia que provocan pero a la vez para otros alumnos provoca una actitud negativa, otros les interesa porque la consideran útil, etc.

Muchas veces las matemáticas se vuelven difíciles porque los docentes no consideran las habilidades propias de cada alumno y dan muchos problemas a resolver y poco tiempo para resolverlos, basan el desarrollo de su clase en los alumnos que tienen buen desempeño y los que tienen dificultades cada vez se rezagan más.

Se presta poca importancia a la interacción social, sin embargo ha sido considerada la parte más importante para lograr ser un matemático. Una clase de Matemáticas debe incluir muchas oportunidades de interacción social de esta manera el alumno desarrollará competencias matemáticas y tendrá la oportunidad de argumentar, consultar, responder, defender, explicar y compartir ideas, esto es lograr un aprendizaje constructivista,(Fosnot ,1989; Kamii & Ewing, 1996) a diferencia de que los docentes entreguen individualmente hojas de solución de problemas y pidan a sus alumnos que las contesten en un corto tiempo y callados, ocasionando frustraciones.

Los conceptos matemáticos y procedimientos serán mejor entendidos si a los alumnos se les permite utilizar su proceso de pensamiento mientras exploran las matemáticas (Kamii & Lewis, 2003) . De esta manera logran hacer conexiones con lo que ya saben y con las experiencias de la vida real

Otro factor importante ligado al éxito o fracaso en las Matemáticas se basa en lo que Goleman nos da a conocer, dice que la persona tiene dos mentes, la que piensa y la que siente, y define que a partir de su interacción se construye nuestra vida mental Goleman (1997). De esta manera se puede definir que los conocimientos matemáticos, capacidades o destrezas matemáticas básicas y afectos o emociones hacia las Matemáticas definen el desempeño y éxito de una persona en la materia.

Otra vertiente de investigación se enfoca a la dimensión afectiva, pero aún cuando en este trabajo no se expone esta parte es importante que se considere la necesidad de descubrir los aspectos emocionales de los alumnos ya que se encuentran íntimamente relacionados con el fracaso escolar en Matemáticas. Aumentar la valoración de la dimensión afectiva sobre el conocimiento genera resultados positivos (Gómez Chacón, 2000).

Resultados de investigaciones han señalado que quienes mejores rendimientos tuvieron en una prueba de conocimientos tendían a ser, a su vez, quienes manifestaron su gusto por las Matemáticas. Resultados de niños en el segundo ciclo de primaria los presenta Hidalgo, Maroto y Palacios (2005) y Fennema (1978).

Es importante también mencionar que las matemáticas pueden ser poco atractivas y difíciles a causa de alguna insuficiencia orgánicas, mentales o intelectuales. Aunque en este trabajo de investigación estas no serán tratadas.

2.2.3 El Razonamiento Matemático

Las Matemáticas exigen además de conocimientos, procedimientos y conceptos, la aplicación de los mismos. Dicho de otra manera las matemáticas no sirven si se utilizan de una manera mecánica, se requiere pensar. Por lo tanto para el estudio de las matemáticas es necesario desarrollar las estructuras lógicas que permiten utilizar el razonamiento

La comprensión del proceso de aprendizaje puede ayudar a los educadores a elegir los métodos de enseñanza, los materiales y la secuencia de un currículo. Por lo tanto si las Matemáticas requieren de razonamiento será esencial reforzar y lograr en los alumnos un conocimiento significativo, que a diferencia de la memorización, se requiere aprender por intuición o comprensión para solucionar problemas nuevos.

Baroody (1988) menciona que “la teoría cognitiva propone que el aprendizaje genuino no se limita a ser una simple absorción y memorización de información impuesta desde el exterior. Comprender requiere pensar” (p.25). Desde este enfoque es importante considerar que los niños construyen poco a poco su comprensión de las matemáticas.

Confiar en un aprendizaje memorístico carente de significado es relativamente inútil en cualquier aprendizaje. Sin embargo en el aprendizaje de las matemáticas y sobre todo en los primeros años, parece inevitable que esté presente ese aprendizaje memorístico o el que se da por asociación (Orton, 1990). Es importante concluir que si las matemáticas se enseñan lógicamente, en donde se evidencia el razonamiento en que se apoya cada paso, los alumnos no tendrían necesidad de estudiar de memoria, de esta manera comprendería la materia.

Pero ¿cuál sería la naturaleza del conocimiento matemático? El conocimiento matemático es según Baroody (1988) “una construcción humana o mental que, en parte, intenta definir o caracterizar el orden que percibimos en el mundo” (p. 28). De esta manera la esencia del conocimiento matemático es la comprensión. La matemática “es muy parecida a un proceso continuo de resolución de problemas”. Concluyendo el dominio de la matemática requiere compresión y capacidad para resolver problemas.

Estudiar el razonamiento matemático es analizar los procesos que requieren los alumnos para trabajar con las matemáticas y de esta manera reconocer las dificultades que presentan para reducirlas con métodos pedagógicos adecuados, además de evitar el desinterés y desmotivación por la materia.

Mialaret (1986) señala las condiciones necesarias del razonamiento:

a) Condiciones generales del pensamiento: el problema del lenguaje y de los axiomas.
b) Condiciones matemáticas: El saber aplicar.
c) Condiciones pedagógicas: Los reflejos intelectuales y la rapidez del proceso lógico.

El lenguaje constituye de los primeros obstáculos importantes para el razonamiento del principiante y repercute tanto en el plano de la inteligencia como en el de la afectividad. Para el alumno el nivel de lenguaje requiere ir a la par de su desarrollo intelectual. Por lo tanto el docente debe estar al pendiente de la comprensión de las palabras o expresiones aún cuando para él puedan ser elementales. Dice Mialaret (1986) que “es muy común que el profesor se interesa más por el progreso de su curso que por los obstáculos lingüísticos con que tropiezan los alumnos” (p.84). Concluyendo es evidente que las dificultades de lenguaje influencian la comprensión de las matemáticas.

Además el razonamiento implica la utilización de axiomas y de ciertas formas lógicas. El tratado de los axiomas en ocasiones pasa inadvertido para los docentes, o muchos de ellos que se observan sencillos, se les considera que lo serán también para los alumnos.

En estudios que se han realizado con ejercicios de razonamiento que se presentan con datos concretos, se ha observado mayor facilidad para responderlos. De esta manera los niños (que no le son familiares las operaciones “formales) pueden imaginarse concretamente los datos y por lo tanto razonan correctamente. Sucede en ocasiones que con cantidades pequeñas llegan a la solución correcta, pero si cambia a cantidades grandes no imaginables para ellos pierden el razonamiento y resultan ser ejercicios sin comprensión, el razonamiento de la representación mental de números grandes se vuelve complicada para los alumnos (Koolen, 2006).

Es importante que los docentes deben insistir continuamente explicitando la regla lógica utilizada en algún tema tratado. Además los axiomas o reglas lógicas podrán ser tratadas en forma concreta para que sean mejor comprendidas. Y de igual manera tendrán que ser tratadas constantemente para que el alumno llegue a interiorizarla y sean sus cimientos para construir su razonamiento matemático.

Una vez que el alumno interiorice las reglas lógicas o axiomas podrá razonar con un pensamiento reversible. Como dice Jaulin-Mannoni (1980) “El razonamiento matemático es esencialmente abstracto, y la reversibilidad es su mecanismo” (p. 142).

Otro de los limitantes para el razonamiento es el aspecto de la aplicación. Por lo regular los niños conocen las reglas o fórmula general pero no pueden resolver todos los casos particulares, por lo tanto no son capaces de aplicarla. El paso de una regla general a una particular es uno de los antecedentes inmediatos de la actividad lógica.

Pero Mialaret (1986) explica que para llegar a “saber aplicar” cubre actividades diferentes según las situaciones en las que se encuentran los alumnos, algunas de estas son cuando los docentes no establecen la relación que hay entre el caso particular y el caso general; otras actividades se presentan con la aplicación inmediata de un caso general a un caso particular. “Descubrir la forma general bajo el caso particular e la piedra de toque del buen matemático” (p.102).

Es necesario que el docente introduzca las fórmulas generales apoyadas en una gran variedad de ejemplos concretos. De esta manera las fórmulas generales van a permitir superar el plano de lo concreto y pasar a una traducción abstracta.

De aquí podemos concluir que si el aspecto abstracto de las matemáticas se mantiene en relación con el nivel concreto, y se establecen entre ambos relaciones reversibles, se habrá logrado uno de los objetivos esenciales (Mialaret, 1986).

La aplicabilidad comúnmente se trabaja en resolución de problemas ya que estos se conciben como generadores de un proceso a través del cual se combinan conocimientos, reglas, técnicas, destrezas y conceptos previamente adquiridos para dar una solución a una situación nueva, siendo capaz de utilizarlos y establecer una red entre ellos (Orton, 1990). La resolución de problemas ha sido considerada por algunos autores como la forma más elevada del aprendizaje de las matemáticas y su aplicación

También el aprendizaje de las matemáticas se genera a partir del aprendizaje de los algoritmos. Evidentemente el uso de los algoritmos hace uso de la memoria. Pero el problema de este aprendizaje es que para muchos alumnos aprenderse un algoritmo y recordarlo es fácil, pero la mayor parte de las veces carece de significado para ellos y es irrelevante. Dice Orton (1990) que un problema del estudio de algoritmos es que se introduce antes de que los niños puedan entender su necesidad.

Algunos investigadores definen que la comprensión instrumental del algoritmo puede contribuir a la comprensión relacional. Esta comprensión relacional dependerá en gran parte del docente, ya que en ocasiones se abusa del aprendizaje instrumental y los alumnos nunca llegan a construir una comprensión para su posterior aplicación.

Concluyendo el razonamiento matemático no se puede enseñar como tal, es necesario que se consideren condiciones como la interpretación y comprensión del lenguaje, la traducción de los símbolos, la interiorización de los axiomas, la aplicación en solución de problemas reales, saber generalizar, aplicar la reversibilidad y el conocimiento de los algoritmos que ejercen la memorización. Todos estos aspectos se deben considerar en la enseñanza ya que la Matemática es una ciencia abstracta pero íntimamente ligada con el mundo y sus acciones.

2.2.4 La evaluación del conocimiento matemático

Cuando se evalúa el conocimiento matemático se encuentra que tanto en los niños como en los adultos las diferencias pueden ser muy marcadas. En el informe de Cockroft (1982) se mencionaba que en una clase de niños y niñas de 11 años es probable que haya un rango de hasta 7 años de diferencias en habilidades aritméticas. En un estudio más reciente Brown (2002) han encontrado diferencias similares en 6º curso (10-11 años) evaluados con tests estandarizados de matemáticas.

Algunos estudios relacionan estas diferencias con la desventaja socio-económica y las lenguas minoritarias (Denton y West, 2002; Natriello, 1988) lógicos en "edad matemática".

Estudios longitudinales señalan que estas diferencias se mantienen bastante estables a lo largo del desarrollo y los niños y niñas permanecen en la misma posición con respecto a sus iguales a lo largo de la escolaridad primaria y secundaria (Kerckhoff et al, 1997; Newman, 1984). Incluso esta diferencia entre los más y menos competentes se amplian con el paso del tiempo. Estos descubrimientos permiten afirmar que reforzar el aprendizaje matemático en la escolaridad temprana podría reportar un gran beneficio a niños y niñas en los inicios de la escolaridad obligatoria.

Desde los estudios de Piaget y Szeminska (1975), se ha considerado que el desarrollo del pensamiento lógico es la base del desarrollo del número y las habilidades aritméticas en el niño (Baroody, 1988; Dehaene, 1997). De acuerdo con este enfoque el desarrollo matemático va unido al desarrollo del pensamiento lógico; por ejemplo, hablamos de adquisición del número en el momento en que el niño controla los principios de la lógica y el uso de inferencias que conlleva. Básicamente en el aprendizaje del número subyacen las operaciones de seriación y clasificación. También la operación de conservación juega un papel importante en el conjunto de la teoría piagetiana. Los números no serían inteligibles si no quedaran idénticos a ellos mismos cualquiera que fueran las transformaciones aparentes que sufrieran. En definitiva, el modelo piagetiano ha tenido una influencia enorme en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

Un punto de vista asume que las operaciones piagetianas y el conteo no tienen por qué ser separados y que juntos contribuyen al desarrollo del número. También asume que las operaciones piagetianas y las habilidades de conteo hacen una contribución al desarrollo matemático, aunque se considera que la aportación del conteo es mayor que la de las operaciones lógicas (Correa, Nunes y Bryant, 1998). Algunos estudios han resultado concluyentes para apoyar este punto de vista. En este sentido, un estudio pionero fue el de Clements, Dibiase & Sarama (2003) en el que mostró que el entrenamiento a un grupo de niños de cuatro años en destrezas de conteo producía una mejora no solo en el conteo sino también en tareas piagetianas (seriación y clasificación). Clements concluye en este estudio que el conteo, la seriación y la clasificación son interdependientes.

Los objetivos de la evaluación educativa en opinión de Waterman (1994) son los siguientes: 1. Identificar a los alumnos que tienen dificultades para aprender determinados contenidos, 2. diagnosticar la fuente de estas dificultades 3. proporcionar información con el fin de determinar cual es la mejor respuesta educativa 4.planificar la instrucción de forma apropiada en función de las necesidades del alumno y 5. evaluar el progreso del alumno.

Baroody (1988) considera que una buena evaluación de las dificultades de los alumnos desde una perspectiva cognitiva debe contar con los siguientes elementos de evaluación y diagnóstico: 1.- examinar el conocimiento formal e informal; 2.- evaluar la precisión y eficacia de las técnicas (el uso de algoritmos en las matemáticas básicas); 3.- detallar la pauta individual de los puntos fuertes y débiles en el niño; 4.- debe evaluar conceptos (pues se puede aprender un algoritmo y no entender el concepto); 5.- examinar las estrategias seguidas para llegar a una solución, y 6.- analizar los errores que comete, ya que constituyen una importante fuente de información sobre los conocimientos subyacentes.

Por tanto, para evaluar al alumno es necesario un instrumento que dé información tanto del nivel curricular del alumno como de las estrategias puestas en práctica y de la forma de enfrentarse a la tarea, que recoja los aspectos deficitarios y los puntos fuertes.

2.2.5 Los conocimientos básicos en las Matemáticas

En cuanto proceso, la formación matemática adecuada permite desarrollar habilidades cognitivas y estructuras de pensamiento generales y específicas, que preparan al individuo para enfrentar con mayores probabilidades de éxito tanto de los múltiples problemas de la vida cotidiana y laboral, como los cambios y desafíos propios de nuestra época. La matemática como ciencia deductiva desarrolla el pensamiento lógico, agiliza el razonamiento, la capacidad de deducción la creatividad y la autonomía, todos estos aspectos propios del pensamiento divergente.

La formación matemática, en cuanto producto, proporciona un sistema estructurado de conocimientos (conformado por conceptos y relaciones), además de un lenguaje y un sistema de signos, que constituyen uno de los aspectos medulares de la cultura contemporánea. El saber matemático ha llegado a ser un poderoso sistema teórico de alto nivel de abstracción, pese a lo cual constituye la base estructural necesaria para el desarrollo científico y tecnológico del mundo actual. La asimilación del saber matemático, desarrollado, depurado y transmitido por generaciones sucesivas de individuos, como parte importante del acervo cultural de la humanidad, responde a lo que se conoce como pensamiento convergente.

Ambas formas de pensamiento, convergente y divergente, son necesarias y complementarias en el acto del pensar matemático y en la resolución de problemas.

Los primeros conceptos matemáticos se forman durante la etapa preescolar. Aunque de carácter prenumérico, estos conceptos sirven como base o andamiaje a todo el conocimiento matemático posterior, especialmente a aquellos relacionados con números y operaciones aritméticas.

De acuerdo a las teorías psicológicas modernas, las nociones matemáticas básicas tienen su origen en los esquemas motrices propios de los primeros estadios de desarrollo del individuo. Piaget (Piaget y Inhelder, 1975) afirma que cualquier adquisición mental, no se da por simple aprendizaje sino por evolución a partir de las edades más tempranas de la vida del niño de una serie de estructuras mentales que van progresando a través de etapas y en un determinado orden, conformando sistemas cada vez más complejos.

De acuerdo a las investigaciones de Piaget (Piaget y Szeninska, 1975), la iniciación de los aspectos numéricos y las operaciones aritméticas elementales requieren del niño el dominio de procesos lógicos y esquemas de pensamiento específico, los cuales se adquieren alrededor de los 7 u 8 años de edad, específicamente cuando el niño ha alcanzado el estadio de las operaciones concretas.

Algunos de los conocimientos y habilidades que se requieren para el desarrollo intelectual del niño en el proceso del aprendizaje en las Matemáticas son:

- El espacio y el tiempo
- El concepto del número y el conteo
- Operaciones aritméticas (algoritmos), el cálculo y solución de problemas
- El simbolismo

2.2.5.1 El espacio

Para construir la noción de espacio se inicia con la constitución de una especie de sistema de coordenadas relativo al propio cuerpo. De esta manera ubicamos adelante, atrás, izquierda y derecha y a la dirección de la gravedad : arriba y abajo. Las relaciones que se establecen y correspondencias se encuentran en estrecha dependencia del propio punto de vista del sujeto y de esta forma se va estructurando poco a poco el universo.

Algunos niños no evolucionan con soltura en este universo que podríamos llamar “personal”, en donde sus copias a flechas que indican una dirección suelen cambiarlas a la opuesta o rotarlas, analizan incorrectamente las relaciones entre distintos elementos de una figura., aprecian mal las dimensiones e invierten las relaciones de orden. Esta falta de ubicación espacial es involuntaria y escapa a todo control del niño.

Es importante dentro del aprendizaje de las matemáticas guiar al niño para que logre crear su sistema de coordenadas esto es formar su estructuración espacial, pero no son necesarias las palabras mientras no tengan significado real para el niño.

Dice Jaulin-Mannoni (1980) que la coordinación espacial "...permite situarse mentalmente en cualquier lugar y percibir el espacio desde todos los puntos de vista a la vez, es decir, colocarse como observador no situado".Y "el origen de las nociones de dirección, distancia, ángulo..." (p.28) se debe al proceso de coordinación espacial.

2.2.5.2 El tiempo

El niño espontáneamente va tomando conciencia de su devenir y del devenir de los demás, para de esta forma objetivar el tiempo y asimilarlo. La persona se vuelve observador de su pasado, de su presente y de su futuro.

Aún cuando en las matemáticas se recurre más al espacio que al tiempo es importante y necesario para los niños logren esta conceptualización del tiempo. Un rasgo característico de las personas con problemas en la estructuración del tiempo es el ritmo, pero esta debilidad no ha sido indispensable para el razonamiento matemático.

Las dificultades que si se relacionan directamente con el razonamiento matemático y referentes al tiempo son: la incapacidad para recordar una sucesión temporal en donde interviene el orden y las nociones de antes y después le son ajenas, esto repercutirá en la imposibilidad de escribir una operación de memoria.

Otra dificultad es conocer y comprender las nociones de pasado, presente y el futuro además de los problemas lingüísticos ligados al tiempo.

Concluyendo es importante para el desarrollo del razonamiento matemático el trabajo de la organización del universo espacio-tiempo personal del niño y la toma de conciencia del universo espacio-tiempo de los demás, y coordinación de los puntos de vista (Jaulin-Mannoni, 1980).

2.2.5.3 El concepto del número y conteo

Una de las principales observaciones que se realizan del concepto del número en los niños pequeños es que se puede contar sin saber conceptualmente lo que se hace. El niño en este caso no establece una correspondencia entre los elementos con el número.

Otra dificultad que se presenta en los niños es la ausencia de conservación del número, en este caso los alumnos no piensan que la cantidad permanece igual cuando se ha variado la colocación espacial de los objetos. Kamii (1982) afirma que enseñar directamente la conservación del número, como se menciona en la teoría de Piaget, es una tarea errónea del educador.

Los niños entre los 9 y los 11 años frecuentemente se pierden en la división de partes, esto es que no dominan la conservación de la parte ante un todo. Bideaud, Fischer & Meljac (1992) asumen que la noción de mitad es directamente dependiente de las noción de conservación. Además definen a la conservación como la habilidad de saber que factores cambian o no cambian a una cantidad. La conservación del número se basa en el principio de que el número no cambia cuando nada es añadido o quitado.

Es importante considerar que el niño no debe de recurrir al conteo para saber si la cantidad se conserva. Si el conteo es necesario para llegar a la solución, entonces no hay evidencia o seguridad que el niño domina la operación de conservación.

Contar no implica tener éxito en tareas de conservación, algunos psicólogos dice Baroody (1988) “han llegado a la conclusión de que la experiencia de contar tiene poco o nada que ver con el desarrollo de un concepto numérico” (p.108). El desarrollo del concepto de número depende de la evolución del pensamiento lógico. Pero en desacuerdo menciona que algunos piagetanos han llegado a la conclusión de que “un análisis del desarrollo del número sería psicológicamente incompleto si no se tuviera la contribución de las actividades de contar” (p.110). Dicen que con el tiempo que los niños utilizan las técnicas de conteo y reflexionan sobre ellas, descubren aspectos importantes, aún cuando aprendan los primeros términos de la serie numérica de memoria.

El conocimiento lógico-matemático se presenta desde la diferenciación que el niño realiza para reconocer que dos fichas de diferentes colores son diferentes. De esta manera el niño va construyendo el conocimiento lógico-matemático estructurando las relaciones simples que ha creado entre los objetos.

Para Piaget la construcción del conocimiento lógico matemática depende de la abstracción empírica que es la abstracción de propiedades a partir de los objetos y la abstracción reflexiva implica la construcción de relaciones entre los objetos. Piaget dice que una no puede ir sin la otra, por lo tanto un niño no puede saber si dos objetos son diferentes si no puede observar las distintas propiedades en los objetos Kamii (1982).

De esta manera el niño para construir el concepto del número necesita un esquema de clasificación. A partir de las definiciones que presentó Piaget se sostiene que el concepto de número es el resultado de la síntesis de la operación de clasificación y de la operación de seriación. La clasificación tiene dos tipos de relaciones: la pertenencia que es la relación que se establece entre cada elemento y la clase de la que forma parte y la inclusión que es la relación que se establece entre cada subclase y la clase de la que forma parte.

La seriación es establecer relaciones entre elementos que son diferentes en algún aspecto y ordenar esas diferencias. Cuando se realiza la seriación en los números, seriamos clases de conjuntos. En la numeración establecemos una relación entre las clases, de manera que, si las ordenamos en forma creciente, la clase del cuatro estará previa a la del cinco y ésta previa a la del seis. De esta manera la serie numérica es el resultado de una seriación, pero ya no de elementos sino de clases de conjuntos.

Para establecer la equivalencia numérica entre dos conjuntos hacemos uso de la operación de correspondencia. Concluyendo en el caso del número, las operaciones de

Clasificación y de seriación se fusionan a través de la operación de correspondencia.

Según la teoría de Piaget el número es una síntesis de dos tipos de relaciones que el niño establece entre los objetos, por medio de la abstracción reflexiva: una es el orden y la otra es la inclusión jerárquica. La única forma de saber que al contar no pasamos por un mismo objeto es seguir un orden determinado, pero además es necesario establecer entre ellos una relación de inclusión jerárquica, en esta relación es necesario que el niño incluya cada objeto contado en un conjunto.

Kamii (1982) dice que “cuando los niños establecen relaciones entre todo tipo de contenidos, su pensamiento se hace más móvil y uno de los resultados de esa movilidad es la estructura lógico-matemática del” concepto del número (p.21).

Concluyendo con la construcción del concepto del número es importante considerar que el número es algo que cada ser humano debe construir creando y coordinando relaciones, la construcción es paso a paso, el docente no puede enseñar la construcción directamente pero si puede realizar actividades para que el niño se anime y motive a pensar activamente y establezca relaciones.

2.2.5.4 Operaciones aritméticas, el cálculo y la resolución de problemas

Las operaciones matemáticas se utilizan en el campo práctico de la vida diaria y en la escuela, siendo ahí donde se aprenden las reglas y procedimientos para la ejecución de cada una de las operaciones básica, esto es los algoritmos. Los procedimientos usados en la vida práctica y en la escuela presentan particularidades interesantes. Cuando los niños ya son capaces de resolver un problema en la vida diaria, la escuela amplia su capacidad ya existente, tienden a promover ciertos aspectos del conocimiento de operaciones aritméticas que amplifican el poder de las mismas habilidades de razonamiento cuando se realizan los problemas de forma escrita. De esta manera se aprende a resolver problemas de forma escrita más complejos que para una solución oral sería muy difícil.

Por lo tanto es importante la enseñanza de los algoritmos para la solución de los problemas que se realiza en la escuela. Dice Carraher, Carraher & Schliemann (1991)

> "El recurso a estrategias que disminuyan las exigencias de procesamiento, como un algoritmo que recurre a la escritura, es ventajoso, como también es útil la cristalización de este conocimiento en una fórmula" Sin embargo, este recurso, cuando está desvinculado de la comprensión del problema, demuestra no tener repercusiones sobre la resolución de problemas entre los estudiantes" (p.170).

Los maestros que enseñan en las escuelas algoritmos de las operaciones y procedimientos sin recurrir a la comprensión de la operación, es enseñar un dato aislado, retenido gracias a la memoria y que no esta relacionado con ningún proceso intelectual constructivo, por lo tanto es un aprendizaje sin sentido e inoperante (López (1997).

Por lo tanto lo más importante en el aprendizaje de las operaciones matemáticas es la comprensión del concepto de la operación, para que de esta manera estas operaciones sean aplicables a la solución de problemas.

Mialaret (1986) presenta las etapas por las que el niño debe pasar para asegurar la construcción sólida de las bases matemáticas, esto es pasar de la operación concreta a la operación matemática y resolución de problemas; primero que se realicen las operaciones de forma concreta una y otra vez; segundo que el lenguaje acompañe a la acción, ya que se apoyan mutuamente, esto es la expresión de la acción concreta en un lenguaje que puede comenzar a llamarse lenguaje matemático, pero que el lenguaje utilizado es similar al que posee el niño a esa edad; tercero es la “conducta del relato” que es cuando el niño es capaz de asociar una acción real vivida por él y una expresión verbal simultáneas; el cuarto es el enriquecimiento del tercero, es el primera acercamiento a la abstracción, es la acción con material no figurativo; el quinto es la traducción gráfica, es traducir todas las situaciones vividas por el niño a otro lenguaje que es el grafismo; y el sexto y último es la traducción simbólica.

Las etapas presentadas no llevan un orden siempre ascendente sino que se realiza un movimiento de ida y vuelta en cada etapa en el proceso de aprendizaje de las operaciones, este movimiento es importante porque concierne a la reversibilidad de las operaciones. Si no se asimila perfectamente los procesos indicados anteriormente, no existirán fundamentos sólidos para las matemáticas posteriores. Así saber contar es una herramienta necesaria pero no suficiente para resolver problemas.

Nunes (2006) menciona que es posible que el sistema de razonamiento de la aritmética oral pueda desarrollarse sin el conocimiento de aritmética escrita. La aritmética oral se utiliza en el mercado y la aritmética escrita en la escuela. Las herramientas que se utilizan en una y otra son las que difieren, ambos tipos de aritmética dependen de la lógica de la composición aditiva de números y de la propiedad asociativa de adición, pero como la herramienta de representación cambia, los sistemas de razonamiento utilizado en el cálculo son diferentes. Nunes concluye que trasladación entre sistemas orales y escritos de cálculo no es fácil, sin embargo si es posible.

El comienzo de la iniciación al cálculo va a consistir en que el niño establezca la relación entre la operación concreta y la operación matemática que será lo necesario para resolver los problemas, el niño deberá determinar qué operación hay que hacer ante un problema simple.

Las operaciones matemáticas suma, resta, multiplicación y división.

La suma es la operación que parece más simple para el niño, la resta presenta dificultades porque las relaciones entre situaciones concretas y la operación son más sutiles (Kamii & Lewis 2003). Muy a menudo se crea una discordancia entre la realidad y la expresión matemáticas, anteriormente habíamos citado este problema que se transforma en un aprendizaje de reglas a aplicar o de recetas que precisan poca inteligencia. La multiplicación no presenta mayores dificultades en lo que se refiere a la comprensión.

La dificultad de los problemas de adición y sustracción dependen de cuatro factores: el tipo de estructura semántica del problema, el lugar de la incógnita, la magnitud de los cardinales propuestos (Bermejo y Blanco, 2006).

La solución de operaciones aritméticas incrementan su dificultad si se incrementa el tamaño de la suma u operación. Además la presencia de un cero en una operación resulta con mayores errores en su solución (Cowan, 2003).

Algunos niños rechazan el problema pura y llanamente ya que no pueden sacar de sí mismos los esquemas que les permitirían dar sentido a esta situación. Esto requiere que los niños recurran a sus campos conceptuales, que son el conjunto de situaciones y conceptos en estrecha conexión (Vergnaud, 2006).

En todas las operaciones y problemas es necesario crear actividades y problemas diferentes que lleven al niño a percibir, descubrir y encontrar los mismos procesos matemáticos. La repetición, el trabajo en equipo y la agilidad mental son actividades que los alumnos disfrutan y que requieren para desarrollarse mejor en la solución de problemas.

Refiriéndonos a la división se considera como un proceso difícil, en esta operación algunas investigaciones realizadas muestran que "después de tres años de estudios primarios los niños no dominan la solución de problemas simples que necesitan una división" (Mialaret, 1986, p.39).

No solo la operación matemática es la que determina el problema, existen también numerosos errores en problemas con operaciones sencillas, si no se debe también al tipo de operación psicológico-matemática, esto es la progresión que se sigue, la presentación de problemas fuera de la realidad del alumno, etc.

Bermejo y Blanco (2006) definen que para seleccionar un problema para los alumnos conviene tener en cuenta los factores que influyen en su complejidad, como la dificultad en comprender el enunciado más que las operaciones , así mismo aumenta la dificultad si es necesario tener en cuenta muchos elementos o pasos y la memoria de trabajo se ve desbordada.

Para resolver problemas es necesario un entendimiento del lenguaje del problema, comprender el sentido de las operaciones s y la correcta solución de las operaciones matemáticas.

Para la práctica de las operaciones se recomiendan ejercicios de cálculo mental que son excelentes para dar una seguridad psicológica a los alumnos, pero sin olvidar que el niño siempre debe ser capaz en todo momento de recordar los pasos lógicos que explican los resultados que obtiene. (Mialaret, 1986). La rapidez de los cálculos y la exactitud ha eliminado muchos errores que se producían al principio en diferentes problemas. El cálculo también tiene como objetivo lograr que los niños se familiaricen con los números y sean creadores de diferentes combinaciones y relaciones numéricas.

Calcular una operación es resolver un pequeño problema, por eso es importante que no olvidemos que los algoritmos son importantes en la enseñanza de las matemáticas, pero siempre deben ir acompañados de una justificación de todos los pasos que se realizan para obtener los resultados.

Muchos de las dificultades presentadas en la solución de operaciones tiene que ver con procesos que no son puramente matemáticos sino del plano psicológico, como la conmutatividad, la reversibilidad, el orden, estructuración espacial y temporal, pero s sin ellos el razonamiento matemático no puede desarrollarse

2.2.5.5 Simbolismo

El estudio de las matemáticas exige el empleo de símbolos escritos como los numerales, los signos de las operaciones matemáticas y los símbolos para las relaciones matemáticas. Las matemáticas se asientan en la función simbólica.

El problema del manejo de los signos inicia desde su escritura dice Baroody (1988) que “escribir un símbolo es una técnica relativamente sofisticada porque implica reconocer y traducir una imagen mental del símbolo a acciones motrices (p.184).

Algunos métodos para la enseñanza de la escritura de los símbolos han sido el modelo de absorción que determina que aprender a reconocer y leer símbolos es la formación de una asociación entre un símbolo y su nombre. De esta manera la enseñanza se basa en la demostración, la imitación y el ejercicio. En cambio el modelo cognitivo propone que para reconocer o leer un símbolo el niño debe conocer en qué se distingue de otros símbolos, esto es reconocer cuáles son las características distintivas de cada número.

El símbolo no requiere ser escrito solamente sino requiere una buena comprensión de su significado para que puedan ser aplicados a situaciones diversas. López (1997) comenta que la representación de un número o cantidad y de los signos aritméticos presentan mayor dificultad que la realización de una operación con objetos y materiales concretos.

¿Por qué exige tanto la comprensión de un símbolo para algunos estudiantes? El niño en un principio asocia sus palabras a los objetos, después cuando el signo se aisla pasa a ser, no una cualidad del objeto, sino una representación que el niño reconoce como arbitraria (Jaulin-Mannoni, 1980). Este acceso al simbolismo es de suma importancia para el razonamiento matemático.

Es importante determinar que el signo matemático no es concebible como una cualidad de un objeto, sino un símbolo e signo de un objeto.

Jaulin-Mannoni (1980) resume en tres etapas la enseñanza de los símbolos:

1. “Representación figurativa de la realidad: el niño representa con símbolos los gestos ejecutados por él.

2. Lectura de un mensaje: Debe llegar a comprender el signo escrito por otros y, por tanto, a interpretar consignas.
3. Lenguaje verdadero: Debe leer y responder sin recurrir a soporte concreto alguno." (p.136).

Concluyendo las dificultades que se presentan en la lectura y escritura de símbolos matemáticos no parten de problemas perceptivo-motrices, sino que tienen su origen en el desconocimiento de las características que los definen.

Kline (1976) concluye que la introducción de tantos símbolos nuevos y que no sugieren funcionalidad o significado para el alumno, son una carga para la memoria.

3. Metodología

3.1 Enfoque metodológico

La descripción del método que se ha seguido en una investigación es importante porque las conclusiones o recomendaciones obtenidas del trabajo pueden ser evaluadas en función del método que se aplicó. Describir el método, escribe Ortiz y García (2004) garantiza en cierta forma la validez de los resultados.

El enfoque metodológico bajo el cual se diseñó la interpretación de los resultados de esta investigación fue del tipo cuantitativo, ya que las variables se codificaron con números (0,1), se contaron los alumnos que cayeron en cada categoría y se llevó a cabo un análisis de cantidades, por ejemplo calcular el número de alumnos que obtuvieron el nivel I o II.

Los datos obtenidos en esta investigación no han sido de un volumen considerable, por lo tanto han podido ser analizada de forma manual, sin requerirse algún programa computacional. En este caso se ha realizado una estadística descriptiva para cada variable.

3.2 Método de recolección de datos

Los alcances que pretende esta investigación han definido las características o tipo de investigación.

El tipo de investigación que se realiza en este trabajo es no experimental porque no se manipulan deliberadamente las variables, esto es que se observan y recolectan respuestas y datos de la muestra seleccionada para después analizarlos. Considerando la clasificación que realiza Hernández, Fernández y Baptista (2005) de las investigaciones no experimentales, este diseño de investigación es considerado transeccional o transversal porque se recolectan los datos en un solo momento.

Los alcances de esta investigación incluye elementos exploratorios iniciales porque la investigación se ha sumergido en un tema que tiene muchas dudas e interrogantes como ¿Por qué tantos niños tienen dificultades en el aprendizaje de las matemáticas? ¿Qué influye para que se presenten estas dificultades?, de esta manera se han propuesto muchas ideas y trabajos, pero no se tiene la solución concreta al problema, por lo tanto es importante indagar y explorar más en este problema de investigación. De una manera exploratoria se llegó a relacionar el problema de investigación con ciertas variables que se definieron para atacar el fenómeno.

Investigar sobre las circunstancias o problemas encontrados en el proceso de aprendizaje de los niños con problemas en las matemáticas en un contexto particular, nos permite identificar conceptos o variables relevantes, abrir camino a nuevas investigaciones o también sugerir propuestas y afirmaciones; todas estas características son de estudios exploratorios.

Más sin embargo esta investigación tiene mayormente propósitos descriptivos, los estudios descriptivos buscan especificar las características, habilidades, dificultades y perfiles del grupo seleccionado. En este trabajo se miden, evalúan y recolectan datos sobre diversos aspectos o variables qué presentan los niños con dificultades con las matemáticas, para posteriormente analizarlos y describir el fenómeno que se investiga.

Esta investigación pretende aportar en términos de conocimiento una descripción de cómo se manifiesta el fenómeno del proceso de aprendizaje de las matemáticas, por lo tanto se define como un estudio no experimental transversal descriptivo que presenta el panorama de varias variables en un grupo de alumnos.

Para lograr responder a las preguntas de investigación y cumplir con los objetivos estipulados en este trabajo se diseñó un plan mediante el cual se obtuviera la información necesaria.

El plan o método en que se enfocó el problema y se buscaron las respuestas se basó primeramente en la definición de las variables a trabajar, para posteriormente diseñar instrumentos que recolectaran datos específicos de dichas variables. Los instrumentos de investigación fueron diseñados para encontrar datos descriptivos que lograran el alcance pretendido en este estudio.

Se diseñaron instrumentos de prueba aplicados en sesiones de trabajo en donde se pudiera detectar y explorar el conocimiento de los niños. Cada sesión de trabajo implica la exploración de una variable o dos que son afines o dependientes. Las sesiones de trabajo se realizan individualmente y de cada una obtendremos datos descriptivos del conocimiento de cada uno de los alumnos en cada variable.

Las pruebas de conocimientos son confiables porque los datos que se recolectan son consistentes, se diseñaron de manera que permitieran analizar las variables en su momento. Estas pruebas o instrumentos aplicados en otro momento pudieran variar los resultados porque dependen directamente de aprendizajes recibidos posteriormente, pero si los niños después de un tiempo siguen mostrando problemas en el área de matemáticas, es muy probable que si se aplican de nuevo las pruebas los resultados sean similares.

Se considera también que los instrumentos son válidos ya que las variables han sido estudiados ampliamente a partir del marco teórico y del estudio de otras investigaciones, se considera que si miden la variable que se pretende ya que se consideraron diferentes contenidos y factores que son complemento de cada variable.

Factores que han dado validez y confiabilidad a los instrumentos son: Un amplio conocimiento actualizado del investigador sobre las variables, fueron diseñados para el contexto y alumnos que se aplica considerando un lenguaje, complejidad, extensión de las pruebas y motivación adecuado y el desarrollo de una prueba piloto que sirvió para afinar los instrumentos .

El procedimiento que se siguió para la construcción de los instrumentos fue diseñarlos a partir de las teorías desarrolladas o adaptaciones de instrumentos utilizados en otros trabajos de investigación. Otras pruebas fueron diseñadas partiendo de las variables a medir, habiendo comprendido su significado y dimensión. Se diseñaron diversas pruebas y se fueron eliminando algunas por no buscar lo que se pretendía o estar fuera del contexto de investigación, así los instrumentos se fueron puliendo y ajustando. A continuación se describe cómo fue construido cada instrumento.

El instrumento 1 (anexo A) y 2 (anexo B) fueron diseñados a partir de las observaciones realizadas por Piaget con referencia al concepto de número. Se aplicaron de forma individual y con instrucciones específicas para todos los alumnos.

El instrumento 3 (anexo C) fue diseñado a partir de un material utilizado en el preescolar llamado bloques lógicos diseñado por Dienes y que consiste en cuarenta y ocho figuras geométricas que tienen las siguientes variables: color (rojo, amarillo y azul), forma (cuadrangular, circular, triangular y rectangular), tamaño (grande y pequeño) y grosor (grueso y delgado). Además se utilizó otro material para clasificar que consta de un montón de botones de diferentes colores, formas y tamaños.

El instrumento 4 (anexo D) se utilizaron varillas de diferentes longitudes que podían ser ordenadas. Fue trabajado individualmente.

El instrumento 5 (anexo E) se diseño a partir de un estudio longitudinal de las cuatro operaciones básicas de Lago, et al (2006). De este documento se tomaron algunos problemas e instrucciones y se adecuaron al contexto de este trabajo.

El instrumento 6 (anexo F) se diseñó a partir del documento presentado por Serrano (2006) en el que expone el pensamiento matemático de los niños y describe la función de la inclusión a partir de las mismas láminas utilizadas en el instrumento.

El instrumento 7 (anexo G) se diseñó a partir de los problemas que comúnmente se presentan en los libros oficiales de texto de quinto de primaria. Seleccionando un problema para cada operación básica.

En el instrumento 8 (anexo H) que se refiere a la solución de algoritmos, se diseñaron problemas sencillos de interpretar, pero la dificultad se presentaba en la solución del algoritmo. En este instrumento el moderador facilitó algunos factores como la lectura y la interpretación del problema porque no modificaba los resultados ya que el objetivo era valorar la solución de algoritmos; en otros instrumentos no se utilizaron estos factores porque la variable se vería distorsionada como en el instrumento 5 (Anexo E).

Es importante considerar que durante las sesiones de trabajo el moderador recurrió a las técnicas de observación para obtener datos referentes al desempeño y conocimiento de los alumnos, el moderador registró en algunas sesiones la deducción o reflexión del alumno, la falta de práctica, el mecanismo o factores relevantes que impiden que el alumno pueda interpretar correctamente el problema.

Se determinaron niveles de conocimiento en donde el nivel I es el que determina que hay ausencia del conocimiento, el nivel II en algunos casos se presenta como el de reacciones intermedias y el nivel III como el dominio del conocimiento.

Para codificar los datos a cada nivel o categoría de cada variable se le asignará un valor numérico para darle un significado posterior quedando de esta manera:

Categoría	Codificación
Nivel I : Ausencia de conocimiento	0
Nivel II: Dominio del conocimiento	1

Una vez teniendo los instrumentos pulidos, los niveles determinados y la codificación se procedió a la prueba piloto de los instrumentos. La prueba piloto arrojó los siguientes resultados; se aplicó a una muestra compuesta por alumnos de todos los niveles de primaria, se verificó la confiabilidad de los instrumentos, se corrigieron instrucciones que no se comprendían, se eliminaron algunos instrumentos que no tenían validez o no eran necesarios y se modificaron materiales utilizados por las condiciones de lugar físico.

En base a la prueba piloto se determinó modificar o eliminar algunos instrumentos, además que fue la que determinó la muestra, ya que fue reducida a un solo nivel de la primaria.

3.3 El universo

El objetivo de esta investigación es indagar sobre las dificultades que tienen los niños con problemas en las Matemáticas, por lo tanto la unidad de análisis son los alumnos.

La población comprende a los alumnos de quinto de primaria de la escuela “Emiliano Zapata”, la escuela está ubicada en una zona urbana en la periferia de la zona metropolitana de Guadalajara. Los alumnos que asisten a esta escuela tienen un nivel socioeconómico bajo, los padres tienen empleos que no son de base y muchas madres tienen que trabajar para aportar recursos a la familia. Los niños viven cerca de la escuela.

La muestra no probabilística en la que se recolectaron los datos está determinada por los alumnos con las siguientes características: Todos aquellos niños de quinto de primaria que presentan problemas en matemáticas y no en todas las demás materias, de esta manera se seleccionó a los niños con bajas calificaciones durante varios períodos en Matemáticas pero que no presentaban malas calificaciones en todas las demás materias. Por lo tanto aquellos niños que tenían 5 ó 6 en varios períodos en Matemáticas y que tenía también bajas notas en estos períodos en las demás materias no se tomaron dentro de la muestra porque se consideró que estos alumnos probablemente su problema pudiera ser de otra índole que no estuviera abarcado en las variables de este estudio, como indisciplina, problemas familiares o dificultades en el aprendizaje general.

La muestra quedó comprendida por 18 alumnos de quinto de primaria de dos grupos y que comprendían edades entre 10 y 11 años.

4. Análisis de Resultados

En este capítulo se describen los datos y resultados obtenidos para cada variable después de haber aplicado los instrumentos a los alumnos.

4.1 Conservación de la cantidad y Conservación de la sustancia

Como se dijo anteriormente son varios los conocimientos, capacidades y habilidades que se requieren para el desarrollo intelectual del niño en el proceso del aprendizaje en las Matemáticas. Para este estudio se ha considerado importante analizar y valorar los resultados encontrados del análisis de ejercicios relacionados al proceso de matematización que engendra al concepto de número.

Se analizan variables como correspondencia, conservación y seriación relacionadas con la construcción del concepto del número, con el desarrollo natural de las operaciones lógico matemáticas del niño y su relación con el aprendizaje de las matemáticas. Lo que se pueda observar y analizar de los procedimientos operatorios de los alumnos, muestran el dominio de determinadas estructuras lógico matemáticas. Estas últimas van cambiando con el desarrollo mental y delimitan las diferentes conductas intelectuales que presenta el alumno como lo ha planteado Piaget.

Los trabajos de Piaget y Inhelder (1975) determinan que es aproximadamente a los 8 años cuando el 72 % de los niños realizan la conservación de la cantidad. . La falta de conservación no implica necesariamente que un niño no pueda razonar lógicamente sino que sólo es una contradicción lógica (Gelman y Gallistel, 1978).

Derr (1985) ha puesto en relación el nivel operatorio de la conservación de la sustancia y el rendimiento escolar en el aprendizaje de las matemáticas. Este estudio demuestra cómo la no adquisición de la conservación de la sustancia limita la capacidad de los niños con retraso escolar para comprender los conceptos matemáticos.

Para este estudio es importante analizar si los alumnos de quinto de primaria que oscilan entre los 12 años y que tienen problemas de acreditación y dificultad con las matemáticas presentan bajo dominio en las estructuras mentales de naturaleza operatorio como la conservación, clasificación y seriación.

Al aplicar la herramienta 1 y 2 (Anexo A y B) se consideró que los alumnos que se encuentran en el nivel I definido como la ausencia de la conservación, se caracterizan por negar que la cantidad de fichas permanece igual cuando se ha variado la colocación espacial de las fichas y en el caso de la conservación de la sustancia niegan que haya la misma cantidad de sustancia una vez transformada la bola. La falta de coordinación de las relaciones que entran en juego en esta prueba y la ausencia de la reversibilidad son las características más importantes en este tipo de razonamiento. Los alumnos ubicados en este nivel ante la pregunta ¿en cuál fila hay más fichas? Contestan que en "la azul porque está más larga" o "en ésta hay menos porque están más juntas" o "en las azules porque están separadas". Y en el caso de la bola de plastilina transformada contestan "en la tortilla, porque está aplastada y se ve más que en la bola" o " en la salchicha, porque está más alargada".

En el nivel II definido como conservación de la cantidad y correspondencia, significa que los alumnos han dominado la conservación y logran hacer una igualdad por correspondencia o conteo. Este nivel lo podríamos llamar nivel de correspondencia operatoria, que supone la conservación del número y por lo tanto, su consideración como esquema operacional de cuantificación (Piaget y Szeminska, 1975). Los alumnos en este nivel emplean en todos los casos razonamientos propiamente operatorios .Los alumnos ubicados en este nivel contestan “son iguales pero esta línea es más larga” o “son iguales porque tienen la misma cantidad de fichas”, “iguales, porque aquí son 9 y aquí también”. Y en el caso de la sustancia contestan “ igual pero tienen diferente forma” o “la misma porque estaba la misma cantidad”.

Los datos obtenidos de la aplicación de los instrumentos 1 y 2 (Anexo A y B) permiten analizar dos situaciones importantes. En primer lugar, encontrar una similitud de niveles en las dos variables analizadas: Conservación de la cantidad y conservación de la sustancia, asumiendo que los que dominan la conservación de la cantidad dominarán también la conservación de la sustancia y viceversa. Y en segundo lugar analizar la cantidad de alumnos que no dominan la conservación.

Cono puede apreciarse en la tabla 1, los datos nos presentan que existe una gran cantidad de alumnos que no dominan la conservación, esto es un 39 % que se encuentran en el nivel I en la prueba de conservación de la cantidad y un 61% de alumnos en la prueba de conservación de la sustancia, esto puede considerarse como un atraso considerable, si se tiene en cuenta que es a los 8 años aproximadamente es cuando se adquiere la noción de conservación. Aunque la conservación no se enseña directamente, sino que se construye a partir de las relaciones que va creando, es importante considerar que la falta de conservación puede afectar en el progreso de las Matemáticas. Además se observa en la tabla 1 que algunos alumnos que están en el nivel I en la conservación de cantidad, cambian al nivel II en la conservación de la sustancia.

Tabla 1
Conservación de cantidad y de la sustancia

	Conservación de cantidad		Conservación de la sustancia	
Alumno	Nivel I	Nivel II	Nivel I	Nivel II
1	0	1	1	0
2	1	0	0	1
3	1	0	1	0
4	1	0	1	0
5	0	1	0	1
6	1	0	1	0
7	0	1	1	0
8	0	1	0	1
9	0	1	0	1
10	0	1	0	1
11	0	1	0	1
12	0	1	0	1
13	0	1	1	0
14	1	0	1	0
15	1	0	1	0
16	1	0	0	1
17	0	1	0	1
18	0	1	0	1
Total	7	11	8	10

4.2 Clasificación y seriación

El concepto de número es el resultado de la síntesis de la operación de clasificación y de la operación de seriación. La clasificación y la seriación son operaciones lógicas fundamentales en el desarrollo del pensamiento, que no se reducen a su relación con el concepto de número sino que participan en la construcción de la estructura intelectual (Nemirovsky y Carvajal, 1983).

La clasificación es juntar por semejanzas y separar por diferencias, aunque en la vida diaria no siempre clasifiquemos concretamente sino sólo se realiza en forma interiorizada. Cualquier universo puede ser clasificado con diferentes criterios, éstos dependerán de la elección del sujeto.

En la clasificación también participan las relaciones de pertenencia y la inclusión. En este estudio también se ha analizado la variable de inclusión que posteriormente se presentarán los resultados.

Seriar es establecer relaciones entre elementos que son diferentes en algún aspecto y pueden ser ordenados de forma creciente o decreciente. La seriación tiene dos propiedades fundamentales: transitividad y reciprocidad.

Al aplicar los instrumentos 3 y 4 de clasificación y seriación (Anexo C y D) se considera la génesis de la clasificación en dos niveles:

Nivel I: Ausencia de clasificación. En este nivel el alumno alterna el criterio clasificatorio y puede llegar a darle un significado simbólico a la agrupación que está realizando. La respuesta de alumnos que se encuentran en este nivel fueron “van juntos porque se formó un ajedrez”, “el grupo del triángulo, cuadrado y círculo”, “el grupo de blancos y rojos”.

Nivel II: Realiza la clasificación anticipando un criterio. En este nivel los alumnos deciden un criterio clasificatorio y lo conservan a lo largo de la actividad. Algunas respuestas de alumnos que se encuentran en este nivel fueron “es el grupo de las figuras geométricas rojas”, “es el grupo de los triángulos grandes”.

En la seriación los niveles se consideran el nivel I: Ausencia de seriación y nivel II: Domina la seriación.

Los resultados de los niveles que presentan cada alumno se presentan en la tabla 2, donde se codifica con un “1” al nivel que logró el alumno y el “0” indica que no logró ese nivel.

Los datos de la tabla 2 muestran un amplio dominio de la clasificación, pudiera interpretarse que los dos alumnos que no lograron clasificar bajo un criterio en un ejercicio concreto como los bloques lógicos, si logren hacerlo en la vida diaria. Porque decir que estos alumnos nunca han podido clasificar es concluir que no pueden contar. Además estos alumnos con ayuda del investigador lograron definir un criterio clasificatorio a partir de una colección dada. La ayuda significó mucho para ellos porque probablemente la instrucción no les fue clara o tenían una idea preconcebida errónea. Pero lo que si es importante notar es que si estos alumnos les costó tanto trabajo realizar una clasificación, aún cuando suponemos que si puedan hacerla en otro campo, los alumnos se presentan en un nivel operatorio bajo que tendrá como consecuencia dificultades en razonamientos o interpretaciones lógicas.

En la tabla 2 también se muestran los resultados de la seriación en donde se puede observar el dominio de todos los alumnos ante esta operación lógica. Todos los alumnos fueron rápidos y claros en la solución del ordenamiento de las varillas y ante la pregunta de ¿por qué colocaste esta varilla antes que esta? todos sin temor a equivocarse contestaron que porque es más pequeña que la otra.

Hasta este momento se han presentado los resultados de cuatro operaciones básicas para el concepto del número como la conservación de cantidad, conservación de la sustancia, clasificación y seriación. Estas operaciones que tienen una estrecha relación con el desarrollo de la lógica matemática de los alumnos y que como se ha dicho anteriormente, no necesariamente si alguna de estas operaciones no es dominada el alumno no pueda razonar. Pero es importante observar que son aprendizajes que ya debieran dominar y que por alguna razón no lo hacen.

Tabla 2
Clasificación y seriación

	Clasificación		**Seriación**	
Alumno	Nivel I	Nivel II	Nivel I	Nivel II
1	0	1	0	1
2	1	0	0	1
3	1	0	0	1
4	0	1	0	1
5	0	1	0	1
6	0	1	0	1
7	0	1	0	1
8	0	1	0	1
9	0	1	0	1
10	0	1	0	1
11	0	1	0	1
12	0	1	0	1
13	0	1	0	1
14	0	1	0	1
15	0	1	0	1
16	0	1	0	1
17	0	1	0	1
18	0	1	0	1
Total	**2**	**16**	**0**	**18**

Para este estudio estos datos son interesantes ya que la falta de dominio del concepto de número es un factor importante que ha venido arrastrando el alumno para su desempeño escolar. En la figura 1 se observa que de las operaciones pre-operatorias para dominar el concepto del número, solamente la seriación es dominada por todos los alumnos. En cambio la conservación presenta una proporción alta de alumnos que no la han dominado.

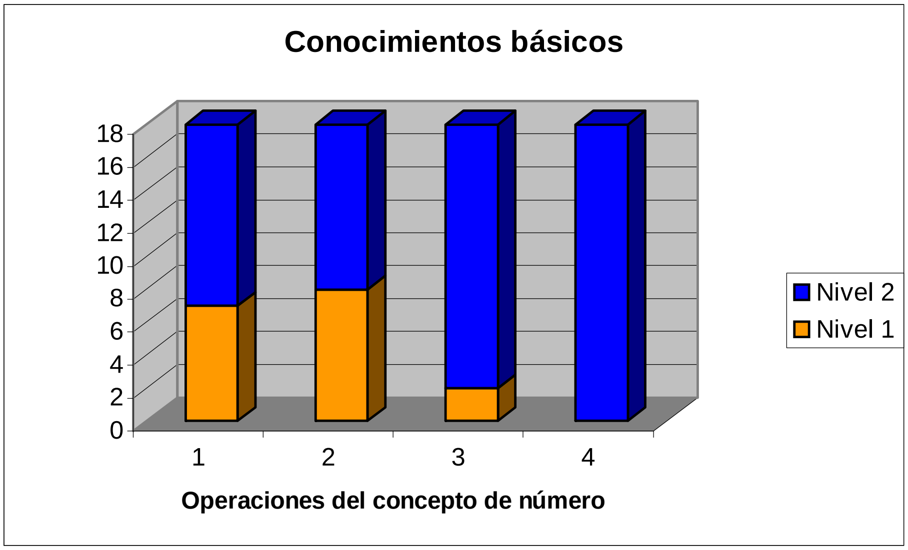


Figura 1. Conocimientos básicos para el concepto de número. Las operaciones son: 1. Conservación de la cantidad, 2. Conservación de la sustancia, 3. Clasificación y 4. Seriación.

4.3 Solución de problemas

La solución de problemas es un proceso generador a través del cual el alumno combina elementos del conocimiento, reglas, técnicas, destrezas y conceptos previamente adquiridos para dar una solución. Así, la solución de problemas puede considerarse como la verdadera esencia de las matemáticas, porque requieren de pensamiento, conducen a la creación de algo y generan un aprendizaje que no se poseía.

La solución eficaz del problema depende de que el alumno no sólo posea el conocimiento y las destrezas, sino que también sea capaz de utilizarlos y establecer una red o estructura (Orton, 1990).

A lo largo del tiempo se ha podido constatar la elevada dificultad que existe en los alumnos para resolver problemas aritméticos. Los niños no saben organizar la información que les ofrece el texto del problema, más si se presenta largo o proporciona los datos indirectamente. Otra situación difícil es cuando unas operaciones dan como resultado los datos sobre los que se aplica otra operación, así entre las dos operaciones existe una dependencia de error o éxito.

Un alumno que es capaz de resolver correctamente los problemas aritméticos dispone de la estructura intelectual necesaria, esto es una estructura que se pone de manifiesto mediante pruebas operatorias como la conservación, seriación, clasificación e inclusión. Es importante analizar la correlación de estas pruebas con la eficacia de la solución de problemas.

En este estudio se aplicó primero la herramienta 5 (Anexo E) que consta de problemas aritméticos que tratan sobre gallinas, su alimento y sus casas. Se dispone de material concreto como gallinas, sacos de maíz y las casas de colores para que los alumnos puedan resolver el problema más fácilmente. Los alumnos se desarrollan en un medio que les brinda oportunidades para relacionarse con elementos que pueden ser manipulados, tocados e incluso contados, es en este medio real donde los niños se enfrentan a situaciones de adicción, sustracción, multiplicación y división.

Los problemas llevan una secuencia lógica que permite al alumno resolver el problema con el material, pero es decisión de él si utilizarlo o no. En la tabla 3 se muestran los resultados de la aplicación de esta prueba, se puede observar que solamente en 23 problemas se utilizó el material y su uso no fue garantía de una solución correcta.

Los criterios de codificación fueron:

Nivel I: Solución incorrecta

Nivel I A: Se plantea erróneamente el problema y el resultado es incorrecto.

Nivel I B : Se plantea correctamente pero se equivoca en el desarrollo mecánico de la operación.

Nivel II: Solución correcta

Los problemas fueron leídos en voz alta por el alumno para que el investigador captara si la lectura permitiría una buena interpretación.

De los resultados obtenidos mostrados en la tabla 3 se puede observar que hubo 28 soluciones que corresponden al nivel I A, todos los alumnos que plantearon erróneamente el problema fue debido a una mala lectura del problema, omitiendo la instrucción del problema como "más que" o "tantas veces". La lectura que hicieron estos alumnos era sin entonación, puntuación, omitían palabras de conexión o muy lenta, por estas razones interpretaban el problema erróneamente. Por esta razón aunque utilizaran el material, si el problema era mal leído no podían llegar a la respuesta correcta. Así solamente hubo 14 soluciones exitosas.

Tabla 3
Solución de problema

Alumno	**Uso de material**	**Nivel I A**	**Nivel I B**	**Nivel II**	**Problema**
1	1	0	1	0	1
	0	0	0	1	2
	0	0	0	1	3
2	1	1	0	0	1
	1	0	1	0	2
	1	0	0	1	3
3	1	1	0	0	1
	1	1	0	0	2
	0	0	1	0	3

Alumno	Uso de material	Nivel I A	Nivel I B	Nivel II	Problema
4	1	1	0	0	1
	1	0	1	0	2
	1	1	0	0	3
5	0	1	0	0	1
	0	0	1	0	2
	0	0	1	0	3
6	1	1	0	0	1
	1	0	1	0	2
	0	0	0	1	3
7	1	1	0	0	1
	0	1	0	0	2
	0	0	1	0	3
8	0	1	0	0	1
	0	0	1	0	2
	0	0	1	0	3
9	0	1	0	0	1
	0	1	0	0	2
	0	1	0	0	3
10	0	0	0	1	1
	0	1	0	0	2
	0	0	0	1	3
11	1	1	0	0	1
	1	0	0	1	2
	1	1	0	0	3
12	1	1	0	0	1
	1	0	0	1	2
	0	0	0	1	3
13	1	1	0	0	1
	1	1	0	0	2
	1	0	0	1	3
14	0	1	0	0	1
	0	0	0	1	2
	0	1	0	0	3
15	0	0	0	1	1
	0	0	0	1	2
	0	1	0	0	3
16	1	1	0	0	1
	0	0	0	1	2
	0	1	0	0	3
17	0	1	0	0	1
	0	0	1	0	2
	0	0	1	0	3
18	0	1	0	0	1
	0	1	0	0	2
	0	1	0	0	3
	23	28	12	14	54

En la herramienta 6 (Anexo F) se plantearon problemas pero a diferencia de la herramienta 5 (Anexo E) no se contaba con material concreto. Estos problemas son muy similares a los que se presentan en los libros de texto para alumnos de quinto de primaria. Las operaciones necesarias para la solución de los problemas fueron suma, resta multiplicación y división. Solamente en un problema se hizo un combinado de dos operaciones para obtener la solución final.

Las operaciones utilizadas para la solución de los problemas eran sencillas y las cantidades pequeñas por lo tanto podían ser resueltos de manera mental.

En la tabla 4 se presentan los resultados obtenidos en la solución de los problemas. Los problemas 1 y 2 que correspondían a operaciones de suma y resta respectivamente, obtuvieron 30 respuestas correctas de las 36 opciones, estos fueron lo problemas que obtuvieron mayor cantidad de respuestas correctas. Todos los que acertaron contestaron sin escribir la operación, esto es mentalmente y fueron rápidos en definir la operación que se requería. Aún los que leían con poca entonación y puntuación lograron interpretar correctamente el problema. Las 6 respuestas incorrectas fueron de alumnos que se equivocaron en el cálculo mental.

Solamente un alumno resolvió correctamente todos los problemas. Los problemas que tuvieron menor éxito fue el número 3 que se planteó con la combinación de dos operaciones, la tabla 4 muestra solamente 5 respuestas correctas y el problema 4 con 5 respuestas correctas.

Tabla 4
Resolución de problemas

Alumno	Se le ayudó a leer	Nivel I A	Nivel I B	Nivel II	Problema
1		0	0	1	1
		0	1	0	2
		1	0	0	3
		0	0	1	4
2		0	0	1	1
		0	0	1	2
		1	0	0	3
		1	0	0	4
3		0	0	1	1
		0	0	1	2
		0	1	0	3
		1	0	0	4
4		0	0	1	1
		0	0	1	2
		1	0	0	3
		0	0	1	4
5		0	0	1	1
		0	0	1	2
		1	0	0	3
		0	1	0	4
6		0	0	1	1
		0	0	1	2
		0	1	0	3
		0	1	0	4
7		0	1	0	1
		0	0	1	2
		0	0	1	3
		0	0	1	4
8		0	0	1	1
		0	0	1	2
		0	0	1	3
		1	0	0	4
9		0	0	1	1
		0	0	1	2
		0	1	0	3
		1	0	0	4
10		0	0	1	1
		0	0	1	2
		0	0	1	3
		0	1	0	4
11		0	0	1	1
		0	0	1	2
		0	0	1	3
		0	0	1	4
12		0	0	1	1
		0	0	1	2
		0	0	1	3
		0	1	0	4

Alumno	Se le ayudó a leer	Nivel I A	Nivel I B	Nivel II	Problema
14		0	0	1	1
		0	0	1	2
		1	0	0	3
		0	1	0	4
15		1	0	0	1
		1	0	0	2
		1	0	0	3
		0	1	0	4
16		0	0	1	1
		0	0	1	2
		1	0	0	3
		0	1	0	4
17		0	0	1	1
		0	0	1	2
		1	0	0	3
		1	0	0	4
18		0	0	1	1
		0	0	1	2
		0	1	0	3
		1	0	0	4
		19	13	40	72

4.4 La inclusión

Otra de las operaciones concretas que se analiza en este trabajo es la inclusión, ya que es una noción de adquisición fundamental dentro del período de las operaciones concretas que se desarrolla entre los 7 y años y al final de esta adquisición el proceso constructivo desembocará en las estructuras lógicas-matemáticas que constituirán el sustrato sobre el que se cimentará todo el pensamiento matemático infantil.

La prueba de cuantificación de la inclusión nos permitirá conocer el nivel intelectual de lo alumnos y comparar con nivel alcanzado en el aprendizaje de las matemáticas.

Aunque un niño sea capaz de afirmar que un perro (A) es un animal (B), no significa que comprenda la equivalencia A=B-A’, que a su vez implica la adición y la sustracción lógica al mimo tiempo, sino lo que el alumno tiene que conservar es el todo y comprender la comparación cuantitativa A<B.

En la aplicación del la herramienta 7 (Anexo G) se ha constatado que los alumnos responde correctamente a las siguientes preguntas: ¿todos los perros son animales? ¿todas las palomas son animales?.

En cambio afirman que hay más perros que animales en una lámina de 5 perros y 7 palomas ante la pregunta de ¿qué hay más perros o animales?, los alumnos al procesar la información de la lámina, tienen que cuantificar comparando qué hay más, un conjunto de animales de los cuales algunos son perros y otros palomas, con una de sus partes que es el subconjunto de los perros. Serrano (2006) dice que darse la comparación del todo con una de sus partes, de acuerdo con la teoría de la economía del pensamiento, la acomodación más eficiente es realizada por la estructura de clasificación mediante la utilización de un esquema de inclusión, esto es que el conjunto de los perros está incluido en el de los animales y puesto que el todo es mayor o igual que la suma de su partes, es evidente que la respuesta a la pregunta inicial es que hay más animales que perros.

Se han establecido dos categorías en la génesis de la cuantificación de la inclusión:

Nivel I: Ausencia de inclusión. Los alumnos que se encuadran en este nivel se muestran incapaces de comparar el número de elementos de una subclase con el de la clase más general en la que ella está incluida, proceden sistemáticamente a la comparación de las dos subclases. Los alumnos en este nivel responden a la pregunta de ¿hay más animales o perros? Contestan que animales porque son más palomas, por lo tanto consideran que los animales son la otra subclase que no se está preguntando.

Nivel II: solución de cuantificación inclusiva. Los alumnos en este nivel contestan que animales son más porque los perros y palomas son animales.

En la tabla 5 se presentan los resultados de los alumnos que se encuentran en el nivel I y II de la inclusión. Se observa que solamente el 5 de los alumnos son capaces de establecer correctamente las relaciones cuantitativas entre una clase y las subclases en ellas incluidas

Tabla 5
La inclusión

Alumno	Nivel I	Nivel II
1	1	0
2	0	1
3	0	1
4	0	1
5	1	0
6	1	0
7	1	0
8	1	0
9	1	0
10	1	0
11	0	1
12	0	1
13	1	0
14	1	0
15	1	0
16	1	0
17	1	0
18	1	0
Total	13	5

4.5 Los algoritmos

La enseñanza de las matemáticas se basa en gran medida en el aprendizaje de los algoritmos como la resta, multiplicación y división larga.

El uso de algoritmos hace uso esencial de la memoria ya que los alumnos deben recordar paso a paso el procedimiento. Pero todo aquello que deben de recordar muchas veces carece de significado. Y si además no se enseña la utilidad y función del algoritmo, la aplicación de éstos no tiene sentido.

Al aplicar la herramienta 8 (anexo H) se plantearon diferentes problemas que se solucionan a partir de un algoritmo, suma, resta, multiplicación y división. Algunos alumnos se les ayudó a interpretar el problema ya que lo que se analizó es solamente la solución de algoritmos.

En la tabla 6 se presentan a los alumnos que tuvieron éxito en la solución de cada uno de los algoritmos y también aquellos que fracasaron en la solución de los mismos.

Se consideraron dos niveles el I para el alumno que no sabe resolver el algoritmo y nivel II para el que resuelve correctamente el algoritmo. En el nivel I A se consideró a aquellos que no saben el procedimiento para resolver el algoritmo. Y el nivel I B aquellos que si conocen el procedimiento pero tienen errores mecánicos.

En la tabla 7 se muestra un comparativo de niveles por cada variable analizada. Los resultados que se obtienen para la división son muy bajos ya que sólo 3 alumnos la resuelven con éxito. Solamente la suma presenta un porcentaje alto de respuestas correctas. Se observa también que son pocos los alumnos que tuvieron una respuesta incorrecta por haber tenido errores mecánicos, estos son los alumnos que se presentan en el nivel IB.

En la figura 2 se observa la relación tan baja que existe de respuestas correctas e incorrectas en la solución de los algoritmos. Como se había mencionado anteriormente la división y multiplicación son dos algoritmos que pocos alumnos pueden resolver. Esto se analiza como un atraso en sus conocimientos ya desde tercero de primaria se inicia el trabajo de la multiplicación

Tabla 6

Algoritmos

Alumno	**Se le ayudó a leer**	**Nivel I A**	**Nivel I B**	**Nivel II**	**Problema**
1	0	1	0	0	-
	1	1	0	0	/
	1	0	0	1	+
	1	1	0	0	x
2	0	1	0	0	-
	0	1	0	0	/
	0	1	0	0	+
	0	1	0	0	x
3	0	0	1	0	-
	0	0	0	1	/
	0	1	0	0	+
	0	1	0	0	x
4	0	0	1	0	-
	0	1	0	0	/
	0	0	0	1	+
	0	0	1	0	x
5	1	0	1	0	-
	1	1	0	0	/
	0	0	0	1	+
	1	0	0	1	x
6	0	0	0	1	-
	1	0	0	1	/
	0	0	0	1	+
	1	0	1	0	x
7	0	0	0	1	-
	0	0	1	0	/
	0	0	0	1	+
	0	0	0	1	x
8	0	1	0	0	-
	1	1	0	0	/
	1	0	0	1	+
	1	1	0	0	x
9	0	1	0	0	-
	0	1	0	0	/
	0	0	0	1	+
	0	1	0	0	x

Alumno	Se le ayudó a leer	Nivel I A	Nivel I B	Nivel II	Problema
11	0	0	0	1	-
	0	0	0	1	/
	0	0	0	1	+
	0	0	0	1	x
12	0	0	0	1	-
	0	1	0	0	/
	0	0	0	1	+
	0	0	1	0	x
13	0	1	0	0	-
	0	1	0	0	/
	0	1	0	0	+
	0	1	0	0	x
14	1	0	0	1	-
	1	0	1	0	/
	0	0	0	1	+
	1	0	1	0	x
15	0	0	0	1	-
	1	1	0	0	/
	0	0	0	1	+
	1	0	1	0	x
16	0	1	0	0	-
	0	0	1	0	/
	0	0	0	1	+
	0	0	1	0	x
17	0	1	0	0	-
	1	1	0	0	/
	1	0	0	1	+
	1	1	0	0	x
18	0	1	0	0	-
	0	1	0	0	/
	0	0	0	1	+
	0	1	0	0	x
Total	23	32	13	27	

En la tabla 7 se puede constatar el bajo nivel de aciertos que se tiene en la mayoría de las variables. Solamente la seriación se cumple al 100 %, y se encuentran los porcentajes más bajos de aciertos en la inclusión, en los algoritmos de división y multiplicación y en la solución de problemas.

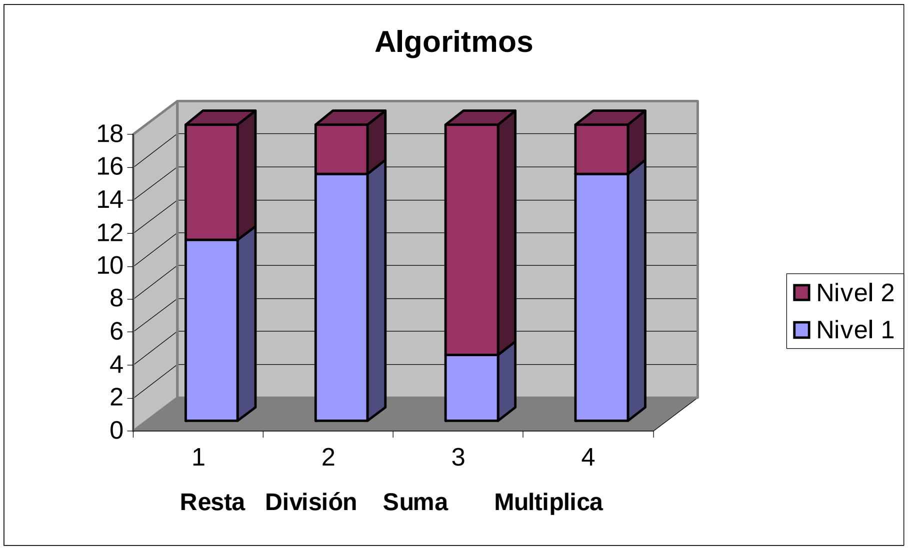


Figura 2. Algoritmos

Tabla 7
Comparativo por niveles

Variable	Nivel I	Nivel II
Conservación de cantidad	39 %	61 %
Conservación de la sustancia	44 %	56 %
Clasificación	11 %	89 %
Seriación	0 %	100 %
Solución de problemas con material	74 %	26 %
Solución de problemas	44 %	56 %
Inclusión	72 %	28 %
Algoritmos:		
Resta	61 %	39 %
División	83 %	17 %
Suma	22 %	78 %
Multiplicación	83 %	17 %

En la tabla 8 se presenta un comparativo por alumno, en donde se puede observar que todos los alumnos tienen un porcentaje muy bajo de éxito en la solución de las pruebas. Sólo dos alumnos presentan un porcentaje mayor de 61 % de aciertos y los demás lo tienen debajo del 50 %.

La figura 3 presenta también un comparativo de niveles de todas las variables donde se puede observar el bajo nivel de las soluciones exitosas.

Tabla 8
Comparativo de alumnos por niveles

Alumno	Nivel I	Nivel II
1	50 %	50 %
2	62 %	38 %
3	69 %	31 %
4	56 %	44 %
5	50 %	50 %
6	50 %	50 %
7	44 %	56 %
8	50 %	50 %
9	56 %	44 %
10	38 %	62 %
11	12 %	88 %
12	25 %	75 %
13	69 %	31 %
14	56 %	44 %
15	62 %	38 %
16	56 %	44 %
17	56 %	44 %
18	56 %	44 %
Total	51 %	49 %

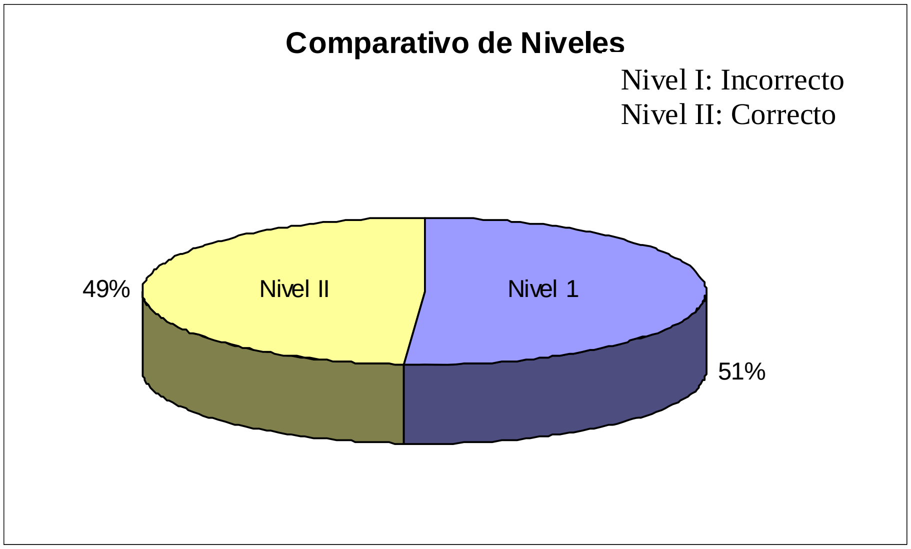


Figura 3. Comparativo de Niveles

5. Conclusiones y recomendaciones

El objetivo de esta investigación es indagar cuáles conocimientos y conceptos son las debilidades de los alumnos que presentan problemas de acreditación en la materia de Matemáticas. Conociendo estas debilidades se podrán plantearse programas correctivos y preventivos para estos alumnos se puedan regularizar.

Este trabajo se enfocó a buscar la respuesta a la siguiente pregunta ¿cuáles son los problemas básicos que presentan los alumnos con dificultades de acreditación en Matemáticas?. A partir del análisis de los resultados encontrados al aplicar los instrumentos se llegó a las siguientes conclusiones:

- La seriación y clasificación son operaciones que los alumnos en su mayoría dominan y por lo tanto se puede concluir que no afectan el rendimiento académico de los alumnos, ya que su desarrollo del concepto de número es avanzado y han superado esta etapa donde la seriación y clasificación se presenta como un reto.
- Los alumnos presentan problemas importantes en la solución de operaciones de conservación de cantidad y sustancia aún cuando son operaciones que se desarrollan como parte del concepto de número, se observa que esta fase es un problema a tratar y que posiblemente esté más ligado a la lógica matemática aunque autores han indicado que no necesariamente la falta de conservación implica que un niño no pueda razonar lógicamente sino que sólo es una contradicción lógica.

- Las dos anteriores conclusiones niega la hipótesis formulada que afirmaba que los problemas de acreditación en Matemáticas se deben a la falta de dominio de las bases del concepto de número.
- Analizando los resultados de este estudio se puede afirmar que los alumnos presentan un bajo nivel en las estructuras lógico – matemáticas, esto se basa en que dos alumnos que obtuvieron un nivel de dominio de la operación de inclusión presentan los mejores resultados en la solución de problemas, además que también coinciden con presentar los mejores porcentajes de soluciones satisfactorias. Lo que se puede concluir es que entre mejor dominio se tenga del período de las operaciones concretas mejores resultados se presentan en la solución de problemas y aprendizaje de las Matemáticas.
- Otra hallazgo importante es confirmar, como otros autores, que la estructura semántica de los problemas afecta la interpretación del mismo, entre más complicada sea el alumno tiene menos probabilidades de plantearlos correctamente. Además a partir de la observación del investigador se constató que los alumnos que no interpretaban correctamente era porque su nivel de lectura era bajo.
- Un problema básico entre los alumnos con dificultades en la acreditación en Matemáticas, es la solución de algoritmos, la multiplicación y división presentan un alto porcentaje de alumnos

que no sabe resolverlos. Arrastrar deficiencias en estos conocimientos básicos augura mayores dificultades en los años posteriores. Es recomendable que los maestros modifiquen su enseñanza de los algoritmos y se les enseñe a los alumnos el significado de cada operación.

- Los alumnos no les benefició el uso de material concreto para las solución de problemas.

Para la elaboración de un plan de acción correctivo se propone lo siguiente:

A. En el nivel académico:

1. Los maestros deberán considerar las siguientes recomendaciones para que los alumnos que ya presentan dificultades mejoren su rendimiento.

- Aún cuando los alumnos presentan las bases del concepto de número, se requiere trabajar con ellos la formación de números compuestos grandes, en donde se manejen y dominen el concepto de unidad, decena, centena y unidad de millar. Trabajar con ellos los conceptos que giran alrededor de los componentes de un número, de la ausencia de alguno, la relación de uno y otro, de esta manera los alumnos manejarán las cantidades con dominio y esto favorecerá las solución de problemas y de algoritmos.
- Para una propuesta correctiva se sugiere trabajar con los alumnos problemas dónde se trabaje el pensamiento lógico, estos problemas no corresponden a los problemas aritméticos que comúnmente se trabajan en la escuela, sino a aquellos que presentan un reto de

pensamiento para los alumnos, como los acertijos, los cuadros numéricos y aquellos problemas que requieren de un análisis para obtener la solución. Estos problemas se trabajan en pequeños grupos y son más atractivos cuando se presentan en competencia. Con estos ejercicios se logrará mejorar las estructuras lógicas de los alumnos.

- Una parte importante y que no corresponde a la materia es mejorar la lectura y su comprensión.
- Por último se requiere trabajar con los alumnos los algoritmos, primero enseñarles que función o acción realiza cada uno, esto es para qué sirve la suma o la resta, etc. Enseñar las solución de los algoritmos, paso por paso hasta que quede comprendido, lo ideal es trabajar en pares o individualmente. La solución de los algoritmos se aprende con la práctica, por lo tanto se requiere que los alumnos a diario realicen ejercicios de solución de algoritmos.

2. Se recomienda que los maestros planeen sus clases de Matemáticas con mayor dinamismo, dejando el libro de texto como material complementario y haciendo uso de él las propuestas que presenta de actividades adicionales. Es importante que el maestro planee actividades en pequeños grupos, para que los niños con dificultades aprendan de los que tienen mayor facilidad y lógica matemática. El maestro debe ejemplificar los aprendizajes nuevos de una manera concreta para mejorar el entendimiento de los alumnos.

B. En el nivel administrativo

1. El trabajo y resultados de los maestros en la enseñanza de Matemáticas tendría mayor éxito si los maestros recibieran una capacitación constante enfocada a la enseñanza, evaluación y nuevas propuestas de las Matemáticas.
2. El programa de quinto de primaria debería iniciar con una evaluación del aprendizaje de los conocimientos básicos de las Matemáticas, para que el maestro detecte los problemas básicos en sus alumnos y a partir de las necesidades requeridas, planee el primer mes de clases dividiendo al grupo por niveles, dedicando mayor tiempo a los que más lo necesitan.
3. El libro de texto sería más rico si se tuviera mayor experiencia en él, esto es que los maestros planearan sus clases a partir de lo que se presenta en el programa y en el libro pero enriqueciéndolo con su experiencia personal
4. Sabemos que en México el nivel de Matemáticas comparado a nivel mundial es muy bajo, tal vez si se formaran en cada escuela un programa para apoyo a los niños con dificultades en Matemáticas, con clases y programas especiales para ellos, se pudiera regularizar a estos alumnos y nuestro nivel en desempeño sería superior.

5. 1 Trabajos futuros

Profundizar en el análisis de las estructuras lógicas que estos alumnos presentan se convierte en un reto posterior para seguir investigando. Lograr profundizar en cada una de las operaciones concretas que en este estudio se trataron, dará mayor luz para comprender dónde se encuentra el punto clave de la enseñanza de las Matemáticas que ocasiona que gran cantidad de alumno no las dominen.

Los resultados de esta investigación pueden servir para que en trabajos futuros se presenten propuestas de planes de acción en la enseñanza de las Matemáticas. Trabajos que propongan nuevos sistemas de enseñanza basados en las problemáticas que presentan los alumnos tratados en este estudio. Concretamente la Escuela Emiliano Zapada pudiera desarrollar un plan de acción, con las propuestas que se presentaron en el punto anterior para que estos niños que ahora cursan sexto año de primaria resuelvan sus dificultades antes de pasar al nivel de secundaria.

Referencias

Baroody, A. J. (1988). *El pensamiento matemático de los niños.* Madrid, España: Visor.

Bermejo, V. y Blanco, M. (2006, abril). *Evaluación matemática.* . Documento presentado en el Primer Congreso Mundial de Matemáticas en Educación Infantil, Madrid, España.

Brown, M. (2002). *Researching primary numeracy.* United Kingdom England.: International Group for the Psychology of Mathematics Education. (Servicio de reproducción de documentos ERIC ED 476 079)

Carraher, T., Carraher, D. y Schliemann, A. (1991). *En la vida diez, en la escuela cero.* México: Siglo veintiuno editores.

Clements, D. H., Dibiase, A. & Sarama, J. (2003). *Engaging young children in Mathematics: Standards for early childhood Mathematics education.* Mahwah, NJ, EE. UU.: Lawrence Erlbaum Associates.

Correa, J., Nunes, T. & Bryant, P. (1998).Young children's understanding of division: The relationship between division terms in a noncomputational task. *Journal of Educational Psychology.* 90 (2), 321-329.

Cowan, R. (2003). Does it all add up? Changes in children`s knowledge of addition combinations, strategies, and principles. En A. Baroody & A. Dowker (Ed.), *the development of arithmetic concepts and skills: Constructing adaptive expertise* (pp. 35-125). Mahwah, NJ, EE. UU.: Lawrence Erlbaum Associates.

Dehaene, S. (1997). *The number Sense: How the mind creates Mathematics.* NY, EE. UU.: Oxford University Press.

Denton, K., y West, J. (2002). *Children's reading and mathematics achievement in kindergarten and first grade.* Recuperado el 30 de septiembre de 2006, del sitio WEB del National Center for Education Statistics: http://nces.ed.gov/pubsearch/pubsinfo.asp?pubid=2002125.

Derr, A. M. (1985). Conservation and mathematics achievement in the learning disabled child. *Journal of Learning Disabilities.* 18 (6): 333-6.

Fennema, E. (1978). Sex Related Differences in Mathematics Achievement and Related Factors: a Further Study. *Journal for Research in Mathematics Education,* 9 (3), 189-203.

Fosnot, C. (1989). Enquiring teachers, enquiring learners: A constructivist approach to teaching. New York: Teacher's College Press.

Gelman, R. & Gallistel, C. R. (1978). *The child´s understanding of number*. Cambridge, MA: Harvard University Press.

Goleman, D.(1997). *Inteligencia emocional*. Barcelona: Kairós.

Gómez Chacón, I. M. (2000).*Matemática emocional: los efectos en el aprendizaje matemático.* Madrid: Narcea.

Hernández, R., Fernández, C y Baptista, P. (2005). *Fundamentos de metodología de la investigación.* México: McGraw-Hill Interamericana.

Hidalgo, S., Maroto, A. y Palacios, A. (2005). El perfil emocional matemático como predictor de rechazo escolar: relación con las destrezas y los conocimientos desde una perspectiva evolutiva. *Revista de Educación Matemática*, 10, 89-117.

Jaulin-Mannoni , F. (1980). *La reeducación del razonamiento matemático.* España: Visor.

Kamii, C. (1982). *El número en la educación preescolar.* Madrid, España: Visor.

Kamii, C & Ewing, J. (1996). Basing teaching on Piaget`s constructivism. *Childhood Education,* 772, 260-265.

Kamii, C. & Lewis, B. (2003). Single-Digit Subtraction with fluency. *Teaching Children Mathematics.* 10, 230-232.

Kerckhoff, A. C., Fogelman, K. & Manlove, J. (1997). Staying ahead: The middle class and school reform in England and Wales. *Sociology of Education.* 70 (1), 19-27.

Kline, M. (1976). *El fracaso de la Matemática moderna. ¿Por qué Juanito no sabe sumar.* México: Siglo veintiuno editores.

Koolen, M. (2006, abril). *Números grandes, cálculos duros y cabezas pequeñas.* Documento presentado en el Primer Congreso Mundial de Matemáticas en Educación Infantil, Madrid, España.

López Puig, A. (1997). *Fracaso escolar en el aprendizaje de las Matemáticas. Un enfoque constructivista.* España: Servicio de publicaciones de la Universidad de Cádiz.

Mialaret, G. (1986). *Las Matemáticas: Cómo se aprenden cómo se enseñan*. Madrid. España: Visor.

Natriello, G. (1988). Failing grades for retention. *School administrator.* 55 (7), 14-18.

Nemirovsky, M. E. y Carvajal, A. (1983). *Contenidos de aprendizaje.* México: Universidad Pedagógica Nacional.

Newman, R. S. (1984). Children's achievement and self-evaluations in mathematics: A longitudinal study. *Developmental Psychology*, 76, 857–873.

Nunes, T. (2006, abril). *La mullticulturalidad de las Matemáticas.* . Documento presentado en el Primer Congreso Mundial de Matemáticas en Educación Infantil, Madrid, España.

Orton, A. (1990). *Didáctica de las Matemáticas. Cuestiones, teoría y práctica en el aula.* Madrid, España: Ediciones Morata.

Piaget, J. e Inhelder, B. (1975). *La génesis de las estructuras lógicas elementales.* Buenos Aires: Paidós

Piaget, J. y Szeminska, A. (1975). *La génesis del número en el niño*. Buenos Aires: Paidós.

Serrano, J. M. (2006, abril). *El desarrollo del pensamiento*. Documento presentado en el Primer Congreso Mundial de Matemáticas en Educación Infantil, Madrid, España.

Vergnaud, G. (2006, abril). *Representación y actividad: dos conceptos estrechamente asociados.* . Documento presentado en el Primer Congreso Mundial de Matemáticas en Educación Infantil, Madrid, España.

Waterman, B. (1994). Assessing children for the presence of a disability. *Nichcy news digest*, 4 (1). Recuperado el 2 de octubre de 2006 de: http://www.ldonline.org/ld_indepth/assessment/assess-nichcy.html

Anexo A

Herramientas de investigación

En base a las preguntas de la investigación se desarrollaron las siguientes herramientas de investigación.

Pregunta de investigación 1

¿El alumno domina las bases del concepto de número como la clasificación, seriación, conservación de cantidad, correspondencia y la conservación de la sustancia?

Herramienta 1

Sesión individual

Tema: Conservación de cantidad y correspondencia

Niveles: I. Ausencia de conservación de la cantidad y correspondencia

II.. Conservación de la cantidad y correspondencia

Material: 9 fichas rojas y 9 fichas azules.

Procedimiento:

- Se hace constar al niño que hay 9 fichas azules y 9 fichas rojas.
- Se colocan ocho fichas rojas en línea y una se deja a la vista como sobrante.
- Se le indica al niño: "Pon igualito de fichas azules para que los dos tengan lo mismo"
- Se le pregunta cómo sabes que en las dos líneas hay las mismas fichas?
- Se colocan las nueve fichas azules en una línea más larga que las rojas

- Se le pregunta al niño en cuál fila hay más fichas. Por qué?
- Qué harías para que hubiera la misma cantidad?
- Se recogen las fichas y se hace constar que hay nueve fichas de cada color.
- Se colocan las fichas rojas formando un círculo.
- Se colocan las fichas azules formando un círculo mayor al anterior
- Se le pregunta al niño cuál círculo tienen más fichas. Se le pide que justifique su respuesta.
- Se recogen las fichas y se hace constar que hay nueve fichas de cada color

Anexo B

Herramienta 2

Sesión individual

Tema: Conservación de la sustancia

Niveles: I. Ausencia de conservación de la sustancia

II. Conservación de la sustancia

Material: Dos bolas de plastilina moldeable de diferente color con igual cantidad.

Procedimiento: Se aplica la prueba individualmente.

- El moderador se asegura que el niño reconoce que en cada bola hay la misma cantidad de plastilina.
- El moderador transforma una bola en salchicha de aproximadamente 12 cm de largo.
- Se interroga al niño acerca de si ha variado o no la cantidad de plastilina.
- El moderador vuelve a transformar la salchicha en bola y hace constatar la igualdad.
- El moderador transforma una bola en torta aplastada de 7 cm de diámetro aproximadamente.
- Se vuelve a interrogar al niño sobre la cantidad de plastilina de cada color.
- Se recupera la bola de nuevo y una de ellas se divide en pedazos.
- Se le pregunta al niño si todos los pedazos son la misma cantidad que la bola del otro color.

- El moderador registra la información obtenida.

Anexo C

Herramienta 3

Sesión individual

Tema: Clasificación

Niveles: I. Ausencia de clasificación

II. Realiza la clasificación anticipando un criterio

Material: Una caja de bloques lógicos y 15 prendas de vestir de bebé (que por lo menos presenten tres semejanzas y tres diferencias, y que no haya varias iguales)

Procedimiento: Se realiza en sesiones individuales

- Se toman los bloques lógicos y se colocan en un tapete.
- Se le da al niño la siguiente instrucción: “Pon junto lo que va junto” o “ haz pequeños grupos de lo que va junto”.
- Se le da al niño el tiempo necesario. Cuando está listo se le pregunta ¿por qué juntaste estas figuras? (señalando un grupo). Si ha dejado algunos sin clasificar le preguntamos si puede agregar más elementos a su colección. Que justifique sus respuestas.
- Lo interrogamos de cada grupo o colección que haya realizado. Además le preguntamos si puede acomodar algunos elementos de su colección en otro grupo. Le pedimos que justifique su respuesta.
- El moderador podrá preguntar tomando algún elemento ¿Podemos colocar éste en este grupo? Por qué?
- Repetir el mismo procedimiento con la colección de prendas de vestir.

Anexo D

Herramienta 4

Sesión individual

Tema: Seriación

Niveles: I. Ausencia de seriación

II. Domina la seriación

Material: Diez varillas cuya longitud varía medio centímetro de una a otra, midiendo seis centímetros la más pequeña.

Procedimiento: Se realiza individualmente

- Se le entregan al niño las diez varillas y se le da la siguiente instrucción: "Ordena estas varillas de la más larga a la más corta o de la más corta a la más larga".
- Se cuestiona al niño por qué colocó esta (señalando una) antes que ésta (señalando la que sigue). ¿Por qué colocaste ésta después de esta?

Anexo E

Pregunta de investigación 2

¿Los alumnos se les facilita la solución de problemas si cuentan con objetos concreto?.

Herramienta 5

Sesión individual

Tema: Solución de problemas con material concreto

Niveles: : I. Solución incorrecta:

a. Se plantea erróneamente el problema y el resultado es incorrecto
b. Plantean correctamente el problema pero se equivoca en el desarrollo mecánico de la operación.

II. Solución correcta

Material: Tres casas de color azul, amarillo y verde, 15 gallinas y 20 sacos de trigo y 7 problemas para resolver escritos en una hoja.

Procedimiento: Se realiza individualmente

- Se le explica al alumno que cuenta con material concreto para que si lo requiere y le puede ayudar resuelva los problemas utilizándolo. Se le pide al niño que resuelva en voz alta el problema.
- El investigador observa y apunta en qué problemas utilizó el material y si realmente el material fue de ayuda.

Problemas:

1. Las gallinas preparan la comida, ponen en la casa azul 7 sacos de trigo y en la casa amarilla ponen 4 sacos de trigo más que en la casa azul. ¿Cuántos sacos de trigo han puesto en la casa amarilla?
2. En la casa roja hay 3 gallinas y en la casa azul 4 veces las gallinas que hay en la casa roja. ¿Cuántas gallinas hay en la casa azul?
3. Las gallinas de la casa azul comen 9 sacos de trigo y las de la casa verde comen 3 sacos de trigo. Si en cada viaje traigo 3 sacos de trigo. ¿Cuántos viajes más tendré que ir a la tienda para comprar el trigo de las gallinas de la casa azul?

Anexo F

Herramienta 6

Sesión individual

Tema: Solución de problemas aritméticos

Niveles: I. Solución incorrecta:

Se plantea erróneamente el problema y el resultado es incorrecto

Plantean correctamente el problema pero se equivoca en el desarrollo mecánico de la operación.

II. Solución correcta

Material:

Hoja, papel y lápiz

Procedimiento:

- El moderador le da una hoja con los siguientes problemas al niño para que él los lea y resuelva.

1. En un avión suben primero 12 personas y luego 8 ¿cuántas personas han subido?
2. En mi fiesta invité a 17 niños y sólo fueron 12 ¿Cuántos niños faltaron?
3. Una señora va al mercado y lleva \$100. Compra 4 kgs de papa a \$7 el kg y 3kg de naranja a \$5 el kg ¿Cuánto pagó por todo? ¿Cuánto dinero le quedó?
4. A un excursión van a ir 49 niños, pero en los camiones sólo caben 8 personas. ¿cuántos camiones se necesitarán? ¿cuántos lugares quedarán desocupados?

Anexo G

Pregunta de investigación 3

¿ La inclusión y la solución de problemas son procesos intelectuales que presentan dificultad en los alumnos?

Herramienta 7

Sesión individual

Tema: Inclusión

Niveles: I. Ausencia de la cuantificación de la inclusión

II. Solución de la cuantificación inclusiva

Material: Tres láminas como las siguientes

Lámina 1

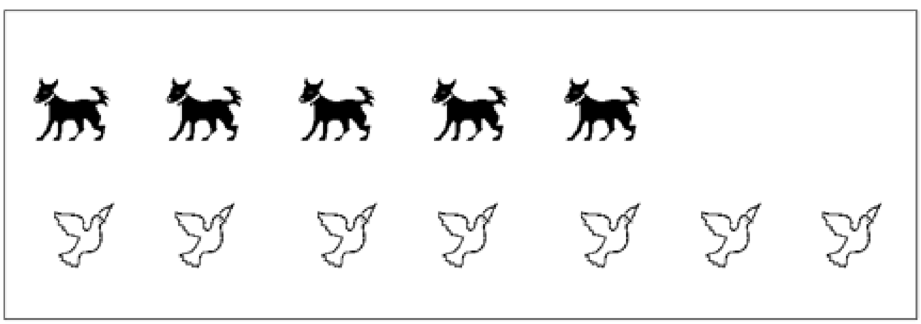


Lámina 2

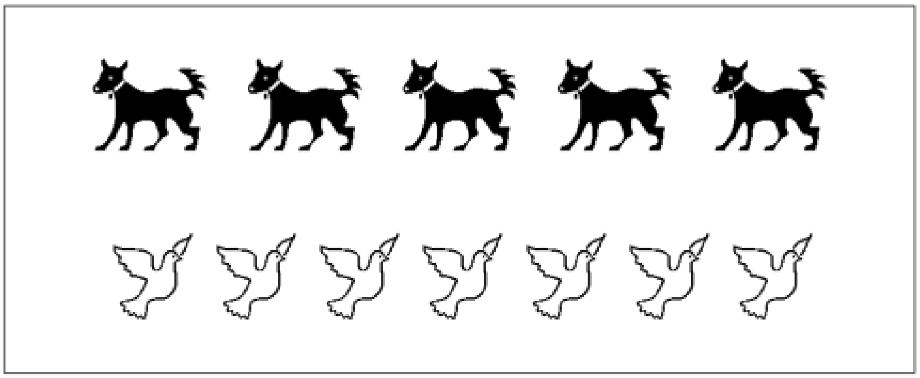
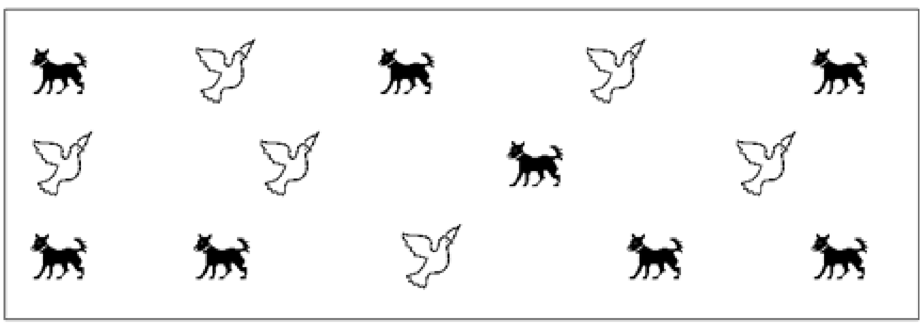


Lámina 3



Procedimiento

- El moderador le pide al niño que observe la primera lámina y se le pregunta que son?. Si no sabe se le especifica qué representa cada silueta.
- El moderador pregunta de la primera lámina ¿qué hay más animales o perros? ¿Por qué?
- El moderador enseña la segunda lámina y pide al niño que la observe y le pregunta ¿qué hay más perros o palomas? ¿Cómo lo sabes?.

- El moderador enseña la tercera lámina y pide al niño que la observe y le pregunta ahora ¿qué hay más perros o palomas? ¿Por qué?
- Con la misma lámina el moderador pregunta ¿Qué hay más animales o palomas?
- ¿Todas las palomas son animales? ¿Todos los perros son animales?
- ¿Algunos de estos animales son perros?
- ¿Algunas de las palomas son animales?
- Se le vuelven a mostrar las láminas y se le pregunta ¿Qué son todas estas? ¿todo junto cómo se llama?

Anexo H

Pregunta de Investigación 5

¿Es la enseñanza de algoritmos complejos como la división ó multiplicación donde el alumno presenta las dificultades para resolver los problemas?

Herramienta 8

Sesión individual

Tema: Algoritmos

Niveles: I. No sabe resolver el algoritmo

II Resuelve correctamente el algoritmo

Material: Una hoja con cuatro problemas que presentan dificultad en los algoritmos.

Procedimiento:

- El moderador le da una hoja al alumno y le pide que los resuelva.
- El moderador observa y anota

Problemas:

1. En la biblioteca de la escuela había 8324 libros pero se rompieron 986. ¿Cuántos quedaron en buen estado?
2. Se van a repartir $ 1083 entre 83 personas. ¿Cuánto pesos les tocc a cada una?
3. En la tienda de Don Juan el lunes se vendieron 329 pelotas, el martes 1002 , el miércoles solamente 85 pelotas. ¿Cuántas pelotas se vendieron en total?
4. Un concierto se presentó durante 38 días y cada día asistieron 4629 personas. ¿Cuántas personas asistieron en total?